

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2024-25

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica II** assegnata il giorno 2 febbraio 2026.

Tempo a disposizione: **180 minuti**. **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**Teoria**

**Domanda di teoria 1.** Presentare le definizioni di convergenza puntuale e convergenza uniforme per una successione di funzioni reali. Fornire un esempio per ciascun tipo di convergenza spiegando la relazione tra le due definizioni.

**Domanda di teoria 2.** Presentare la definizione di funzione differenziabile per funzioni di più variabili reali. Spiegare le relazioni tra funzioni differenziabili, parzialmente derivabili e funzioni continue con almeno un esempio per ciascun tipo.

**Pratica - Prima Parte**

**Esercizio 1.** Determinare  $q \in \mathbb{Q}$  :

$$\left| \int_1^2 \sin \frac{1}{x^3} dx - q \right| \leq \frac{1}{1000}.$$

**Esercizio 2.** Determinare gli eventuali estremi relativi e gli estremi assoluti della funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = |y|(x^2 + y^2)e^{-|y|(x^2 + y^2)}$$

nel suo campo di esistenza.

**Pratica - Seconda Parte**

**Esercizio 3.** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo di esistenza per ciascuna delle eventuali soluzioni.

**Esercizio 4.** Calcolare l'integrale  $\int_T x^2 dx dy$  essendo

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - x\}.$$

**Esercizio 5.** Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{1-x}{(1-x)^2 + y^2} dx - \frac{y}{(1-x)^2 + y^2} dy$$

e la curva  $\gamma$  di equazioni  $(t, \sin^4 t)$   $t \in [0, \pi]$ , calcolare  $\int_\gamma \omega$ .