



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2025-26

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in
Matematica

Prova di **Analisi Matematica I** (parte B) assegnata il giorno 4 settembre 2026.

Tempo a disposizione: **90 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

Esercizio 1. Dire se il seguente integrale esiste finito

$$\int_1^{\infty} \frac{x}{x^4 + 1} dx$$

ed eventualmente calcolarlo.

Esercizio 2. Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione

$$f(x) = \sin^3 |x|$$

tale che $F(-\pi) = 1$.

Esercizio 3. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_0^x \sqrt{1 - |t|t^2} dt$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 4. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sin \left(\frac{1}{n} - \frac{n}{n^2 + 1} \right).$$

Esercizio 5. Determinare tutte le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} y' = \sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}} + \frac{y}{x} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

specificando per ciascuna di esse il più ampio intervallo di definizione.