UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica I** assegnata il giorno 3 aprile 2023.

Tempo a disposizione: **120 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

PROVA TEORICA

Questa parte di compito deve essere svolta soltanto da coloro che non hanno superato le prove in itinere.

Domanda di teoria 1. Si enunci e si dimostri il Teorema di Weierstrass

Domanda di teoria 2. Si enunci e si dimostri il Teorema di esistenza degli zeri.

PROVA PRATICA

Esercizio 1. Determinare tutti gli intervalli in cui la funzione

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x \log |x|}$$

è uniformemente continua.

Esercizio 2. Studiare la funzione

$$\frac{x \log x}{(1 - \log x)^2}$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 3. Dire se l'integrale

$$\int_{-1/2}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x|x| + 2x + 2}}$$

esiste finito.

Esercizio 4. Stabilire il carattere ed eventualmente calcolare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = \lambda \\ a_{n+1} = \dfrac{1 + a_n^2}{2 + a_n} \end{cases}$$

al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.