

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2021-22

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica I** assegnata il giorno 30 gennaio 2023.

Tempo a disposizione: **120 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

PROVA TEORICA

Questa parte di compito deve essere svolta soltanto da coloro che non hanno superato le prove in itinere.

Domanda di teoria 1. Si enunci e dimostri il Teorema di passaggio tra le successioni e le funzioni.

Domanda di teoria 2. Si enunci e dimostri il Teorema di esistenza degli zeri.

PROVA PRATICA

Esercizio 1. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2} \log \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)$$

Esercizio 2. Stabilire il numero di soluzioni dell'equazione

$$x \log x = x - 1$$

Esercizio 3. Dire se esiste finito ed eventualmente calcolare

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{|x^2 - 3x + 2|}}$$

Esercizio 4. Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} y' - |y| = 2y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo nel quale ciascuna di esse è definita.