

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2021-22

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica I** assegnata il giorno 23 settembre 2022.

Tempo a disposizione: **120 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

PROVA TEORICA

Questa parte di compito deve essere svolta soltanto da coloro che non hanno superato le prove in itinere.

Domanda di teoria 1. Si provi che le radici n -esime complesse (distinte) di un numero complesso non nullo sono esattamente n .

Domanda di teoria 2. Si enunci e si dimostri il teorema di sequenziale continuità.

PROVA PRATICA

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$f(x) = -x + \operatorname{arctang} e^x$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 2. Determinare il limite della successione

$$\begin{cases} a_1 = \lambda \\ a_{n+1} = a_n^2 - a_n|a_n| + 1 \end{cases}$$

al variare del parametro reale λ .

Esercizio 3. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_2^x \frac{1}{\log(1+t^2)} dt$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 4. Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} y' + y = y^2 \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo nel quale ciascuna di esse è definita.