

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2021-22
Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in
Matematica

Prova di **Analisi Matematica I** assegnata il giorno 7 settembre 2022.

Tempo a disposizione: **120 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

PROVA TEORICA

Questa parte di compito deve essere svolta soltanto da coloro che non hanno superato le prove in itinere.

Domanda di teoria 1. Si enunci una condizione sufficiente affinché una funzione continua definita in un intervallo non limitato sia uniformemente continua. Tale condizione risulta essere pure necessaria? **(Motivare esaurientemente la risposta)**

Domanda di teoria 2. Si enunci e si dimostri il Teorema di esistenza degli zeri.

PROVA PRATICA

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^n \frac{n}{n^2+1} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^2}$$

Esercizio 3. Calcolare l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(2+\log x)\sqrt{\log^2 x + \log x + 1}}$$

Esercizio 4. Tracciare un grafico qualitativo della soluzione del problema

$$\begin{cases} y' = 1 - \sqrt{y} \\ y(0) = 4 \end{cases}$$