

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2021-22
Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in
Matematica

Prova di **Analisi Matematica I** assegnata il giorno 19 luglio 2022.

Tempo a disposizione: **120 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

PROVA TEORICA

Questa parte di compito deve essere svolta soltanto da coloro che non hanno superato le prove in itinere.

Domanda di teoria 1. Enunciare e dimostrare il Teorema di Weierstrass

Domanda di teoria 2. Provare che le radici n -esime complesse (distinte) di un numero complesso non nullo sono esattamente n .

PROVA PRATICA

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{e^x - x - 1}$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1} \log \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)$$

Esercizio 3. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_1^x \frac{1}{\sqrt[3]{t}} e^{-1/t} dt$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 4. Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo nel quale ciascuna di esse è definita.