

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2021-22
Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in
Matematica

Prova di **Analisi Matematica I** assegnata il giorno 21 Giugno 2022.

Tempo a disposizione: **120 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

PROVA TEORICA

Questa parte di compito deve essere svolta soltanto da coloro che non hanno superato le prove in itinere.

Domanda di teoria 1. Enunciare e dimostrare il Teorema di Cantor.

Domanda di teoria 2. Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza degli zeri

PROVA PRATICA

Esercizio 1. Studiare la funzione

$$f(x) = |x|\sqrt{1-x^2}$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^2} \operatorname{sen} \frac{1}{n}$$

Esercizio 3. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_2^x \arctang \sqrt{\left| \frac{t-1}{t} \right|} dt$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 4. Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} y' + y = x\sqrt{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo nel quale ciascuna di esse è definita.