DEFINIZIONE PER CASI

- SIANO $M_1(\vec{x}), \dots, M_k(\vec{x})$ PREDICATI DECIDIBILI TALI CHE

  - $M_1(\vec{x}) \vee \dots \vee M_k(\vec{x}) \equiv \underline{true}, \quad \forall \vec{x}$
  - $M_i(\vec{x}) \wedge M_j(\vec{x}) \equiv \underline{false}, \quad \forall \vec{x} \quad \forall i \neq j$

  CIOE', PER OGNI $\vec{x}$, UNO ED UNO SOLO TRA $M_1(\vec{x}), \dots, M_k(\vec{x})$ E' VERO.

- SIANO $f_1(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x})$ FUNZIONI CALCOLABILI (ANCHE PARZIALI)

  [CON $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$]

NELLE IPOTESI PRECEDENTI, LA FUNZIONE

$$g(\vec{x}) =_{df} \begin{cases} f_1(\vec{x}) & \text{SE} \quad M_1(\vec{x}) \\ f_2(\vec{x}) & \text{SE} \quad M_2(\vec{x}) \\ \vdots & \quad\vdots \qquad \vdots \\ f_k(\vec{x}) & \text{SE} \quad M_k(\vec{x}) \end{cases}$$

DEFINITA PER CASI E' CALCOLABILE

<u>DIM</u>. SIANO $e_1, e_2, \dots, e_k$ TALI CHE

$$f_1 = \phi_{e_1}^{(m)}$$
$$f_2 = \phi_{e_2}^{(m)}$$
$$\vdots$$
$$f_k = \phi_{e_k}^{(m)}$$

CONSIDERIAMO LA FUNZIONE

$$h(\vec{x}) = \Big(\mu z\Big(\big(S_m(e_1, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \ \underline{\text{and}} \ M_1(\vec{x})\big)$$
$$\underline{\text{or}} \ \big(S_m(e_2, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \ \underline{\text{and}} \ M_2(\vec{x})\big)$$
$$\vdots$$
$$\underline{\text{or}} \ \big(S_m(e_k, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \ \underline{\text{and}} \ M_k(\vec{x})\big)\Big)\Big)_1$$

OVVIAMENTE $h(\vec{x})$ E' CALCOLABILE.

E' DUNQUE SUFFICIENTE DIMOSTRARE CHE

$g(\vec{x}) = h(\vec{x})$, PER OGNI $\vec{x} \in \mathbb{N}^m$

- SIA $\vec{x} \in \mathbb{N}^m$.

- SIA $i_0 \in \{1, \dots, k\}$ TALE CHE $M_{i_0}(\vec{x}) = \underline{true}$ E $M_j(\vec{x}) = \underline{false}$, PER $j \neq i_0$.

- PERTANTO, PER OGNI $c \in \mathbb{N}$, SI HA:

$$
\begin{aligned}
g(\vec{x}) \downarrow c \iff & f_{i_0}(\vec{x}) \downarrow c \\
\iff & \left(\mu z \left(S_m(e_{i_0}, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \right)\right)_1 \downarrow c \\
\iff & \left(\mu z \left(S_m(e_{i_0}, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \ \underline{and} \ M_{i_0}(\vec{x}) \right)\right)_1 \downarrow c
\end{aligned}
$$

$$\Leftrightarrow \Big(\mu z \Big(\big(S_m(e_1, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \ \underline{\text{and}}\ M_1(\vec{x})\big)$$
$$\underline{\text{or}}\ \big(S_m(e_2, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \ \underline{\text{and}}\ M_2(\vec{x})\big)$$
$$\vdots$$
$$\underline{\text{or}}\ \big(S_m(e_k, \vec{x}, (z)_1, (z)_2) \ \underline{\text{and}}\ M_k(\vec{x})\big)\Big)\Big)_1 \downarrow c$$

$$\Leftrightarrow h(\vec{x}) \downarrow c$$

QUINDI $g(\vec{x}) = h(\vec{x})$, PER OGNI $\vec{x} \in \mathbb{N}^m$,

DA CUI LA CALCOLABILITÀ DI g. ∎