

**“COMPUTABILITÀ”**  
**LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2004/05**

II appello sessione invernale – 1 Marzo 2005

**I PARTE**

**ESERCIZIO 1**

- (a) Si definisca in maniera precisa l'operatore di *minimalizzazione limitata*.
- (b) Si enunci e si dimostri un teorema riguardante l'operatore di minimalizzazione limitata.
- (c) Si definisca in maniera precisa l'operatore di *minimalizzazione*.
- (d) Si enunci un teorema riguardante l'operatore di minimalizzazione.

**ESERCIZIO 2**

Sia  $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione calcolabile totale. Si dimostri che esiste una funzione totale e *non* calcolabile  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  $f(2x) = h(x)$ , per ogni  $x \in \mathbb{N}$ .

**ESERCIZIO 3**

Si enunci il teorema *s-m-n* e lo si applichi per dimostrare l'esistenza di una funzione totale calcolabile  $k(x)$  tale che

$$W_{k(x)} = \begin{cases} \emptyset & \text{se } x \text{ è pari} \\ \mathbb{N} & \text{se } x \text{ è dispari} \end{cases} \quad \text{e} \quad E_{k(x)} \subseteq \{x^2\}.$$

**II PARTE**

**ESERCIZIO 4**

- (a) Si definiscano le nozioni di *predicato decidibile* e di *predicato parzialmente decidibile*.
- (b) Argomentando opportunamente le risposte, si determinino quattro coppie di predicati unari  $P(x)$  e  $Q(x)$ , con  $P(x)$  parzialmente decidibile e  $Q(x)$  non parzialmente non decidibile, tali che
  - (b.i) il predicato “ $P(x)$  **and**  $Q(x)$ ” non sia parzialmente decidibile;
  - (b.ii) il predicato “ $P(x)$  **and**  $Q(x)$ ” sia parzialmente decidibile;
  - (b.iii) il predicato “ $P(x)$  **or**  $Q(x)$ ” non sia parzialmente decidibile;
  - (b.iv) il predicato “ $P(x)$  **or**  $Q(x)$ ” sia parzialmente decidibile.

**ESERCIZIO 5**

Si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario  $P(x) =_{Def} “\phi_x \text{ è iniettiva}”$  e della sua negazione  $\neg P(x)$ .