

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2009/10

1^a prova in itinere – 16 dicembre 2009

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

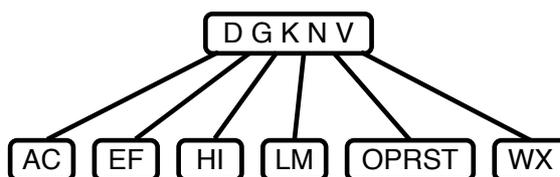
Utilizzando il metodo dell'**aggregazione** e quello del **potenziale**, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 2 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 6 \\ \frac{3}{5} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

- (a) Si **definisca** la struttura dati dei B-tree.
 (b) Dopo aver **determinato** il grado minimo del B-tree \mathcal{T} a lato si **illustri** l'esecuzione delle seguenti operazioni su \mathcal{T} :

- | | |
|---------------|---------------|
| (1) DELETE(I) | (4) INSERT(U) |
| (2) INSERT(Q) | (5) DELETE(P) |
| (3) DELETE(S) | |



- (c) Sia \mathcal{T}' un B-tree con 999.999 chiavi, il cui grado minimo è il medesimo di quello in figura. Quali sono i **possibili valori** per l'altezza di \mathcal{T}' ?

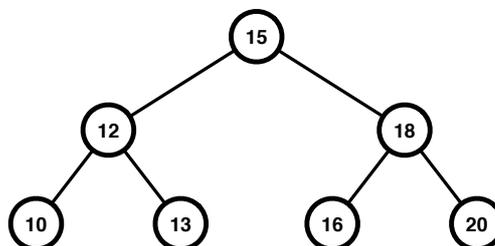
ESERCIZIO 3

Si **definiscano** gli heap binomiali e si fornisca una **maggiorazione** al grado massimo di un nodo in un heap binomiale con n nodi.

ESERCIZIO 4

- (a) Si **descrivano** le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up. Quindi si **eseguano** nell'ordine dato le seguenti operazioni sullo splay tree a lato:

- SEARCH(16)
- INSERT(11)
- DELETE(13)
- SEARCH(20)



- (b) Dopo aver **descritto** le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig*, nonchè l'operazione di assemblaggio finale in uno splay tree di tipo top-down, si eseguano le medesime operazioni sullo splay tree in figura (nella variante top-down).

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2010/11

1^a prova in itinere – 03 dicembre 2010

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Utilizzando i tre metodi dell'**analisi ammortizzata**, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

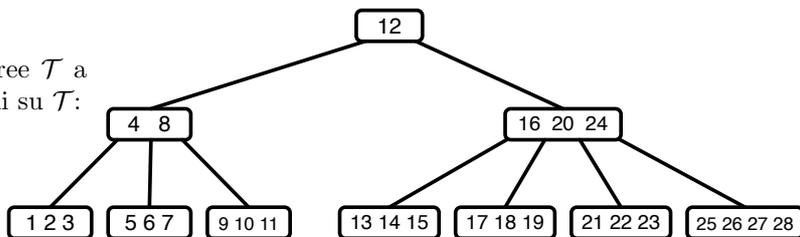
$$c_i = \begin{cases} 3 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 7 \\ \frac{7}{2} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

(a) Si **definisca** la struttura dati dei B-tree.

(b) Dopo aver **determinato** il grado minimo del B-tree \mathcal{T} a lato si **illustri** l'esecuzione delle seguenti operazioni su \mathcal{T} :

- | | |
|----------------|----------------|
| (1) DELETE(1) | (5) DELETE(9) |
| (2) DELETE(17) | (6) DELETE(25) |
| (3) DELETE(5) | (7) DELETE(2) |
| (4) DELETE(21) | |



(c) Sia \mathcal{T}' un B-tree con 4500 chiavi, il cui grado minimo è il medesimo di quello in figura. Qual è la massima altezza possibile per \mathcal{T}' ?

ESERCIZIO 3

Si **definiscano** gli heap binomiali. Quindi si **illustrino**, anche avvalendosi di opportuni esempi, le procedure per l'inserimento di una chiave e per l'estrazione del minimo, **confrontandole** con le analoghe procedure relative agli heap di Fibonacci.

ESERCIZIO 4

(a) Dopo aver **descritto** le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up, si **eseguano** nell'ordine dato le seguenti operazioni su uno splay tree inizialmente vuoto:

- INSERT 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- SEARCH 4
- INSERT 8
- SEARCH 3
- DELETE 5
- SEARCH 7

(b) Sia \mathcal{T} uno splay tree non vuoto le cui chiavi siano numeri interi a due a due distinti.

Si **descriva** come modificare gli SPLAY TREE affinché possa essere gestita in maniera efficiente anche l'operazione $\text{SPLAY-SUM}(\mathcal{T}, r)$, con $r \geq \min \mathcal{T}$, per la ricerca della massima chiave k in \mathcal{T} tale che, detta S la somma di tutte le chiavi in \mathcal{T} minori o uguali a k , si abbia $S \leq r$.

Qual è il costo ammortizzato dell'operazione $\text{SPLAY-SUM}(\mathcal{T}, r)$? Perché?

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2013/14

1^a prova in itinere – 30 aprile 2014

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

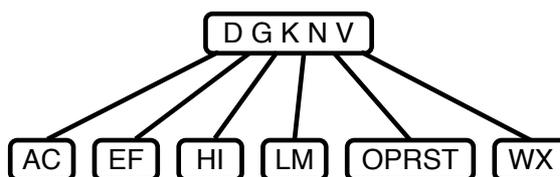
Utilizzando i metodi dell'**aggregazione** e del **potenziale**, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} \frac{12}{7} \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 7 \\ 2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

- (a) Si **definisca** la struttura dati dei *B-tree*.
- (b) Dopo aver **determinato** il grado minimo del B-tree \mathcal{T} a lato, si **illustri** l'esecuzione delle seguenti operazioni su \mathcal{T} :

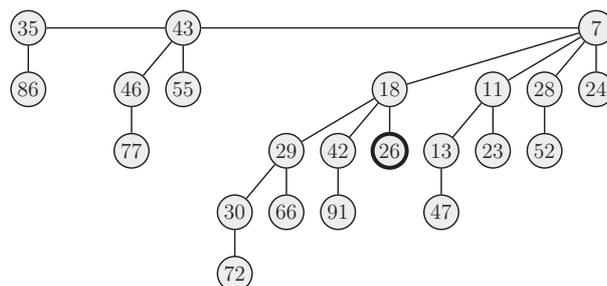
- | | |
|---------------|---------------|
| (1) DELETE(A) | (4) INSERT(Q) |
| (2) DELETE(G) | (5) DELETE(Q) |
| (3) DELETE(K) | (6) DELETE(T) |



- (c) Si fornisca un limite superiore (solo enunciato) e un limite inferiore (enunciato e dimostrazione) per l'altezza di un B-tree di grado minimo t con n chiavi. Quindi si utilizzino tali limiti per determinare i **possibili valori** per l'altezza di un B-tree \mathcal{T}' con 9.999 chiavi, il cui grado minimo è il medesimo di quello in figura.

ESERCIZIO 3

- (a) Si **definiscano** gli *heap binomiali* e si **descrivano** le operazioni DECREASEKEY e DELETE. Quindi si **cancelli** il nodo evidenziato (contenente la chiave 26) dall'heap binomiale a lato.
- (b) Nel caso degli heap binomiali, è richiesto che gli alberi binomiali di cui essi sono formati siano *ordinati*. Perché?



ESERCIZIO 4

Si **descrivano** le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up, quindi si **eseguano** nell'ordine dato le seguenti operazioni su uno splay tree inizialmente vuoto:

- INSERT 6, 5, 4, 3, 2, 1
- SEARCH 6, 4
- DELETE 3
- INSERT 3

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2014/15

1^a prova in itinere – 10 dicembre 2014

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Utilizzando i metodi dell'**aggregazione** e del **potenziale**, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 4i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 3 \\ 2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

- (a) Si definisca la struttura dati dei *B-tree*.
- (b) Sia \mathcal{T} un B-tree di grado minimo dispari costituito da 5 nodi, ciascuno dei quali contiene esattamente 3 chiavi e sia $\{2i : 1 \leq i \leq 15\}$ l'insieme delle 15 chiavi contenute in \mathcal{T} .

Dopo aver determinato il grado minimo t del B-tree \mathcal{T} , si illustri l'esecuzione delle seguenti operazioni su \mathcal{T} :

- | | |
|----------------|----------------|
| (1) DELETE(30) | (4) INSERT(19) |
| (2) DELETE(28) | (5) INSERT(21) |
| (3) DELETE(26) | (6) DELETE(18) |

- (c) Si determinino il minimo e il massimo numero di chiavi che possono essere contenute in un B-tree di altezza $h = t$ e grado minimo $t' = t + 1$, dove t è il grado minimo del B-tree di cui al punto (b) precedente.

ESERCIZIO 3

Si descriva l'operazione EXTRACTMIN sia nel contesto degli heap binomiali che in quello degli heap di Fibonacci, valutandone in entrambi i casi anche la complessità computazionale.

ESERCIZIO 4

Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up. Quindi si eseguano nell'ordine dato le seguenti operazioni su uno splay tree la cui configurazione iniziale è quella di un albero binario completo contenente le chiavi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7:

- SEARCH 6, 3, 1
- INSERT 8
- DELETE 3
- SEARCH 5