UN ESEMPIO IN CUI IL METODO DI FORD-FULKERSON NON SI FERMA

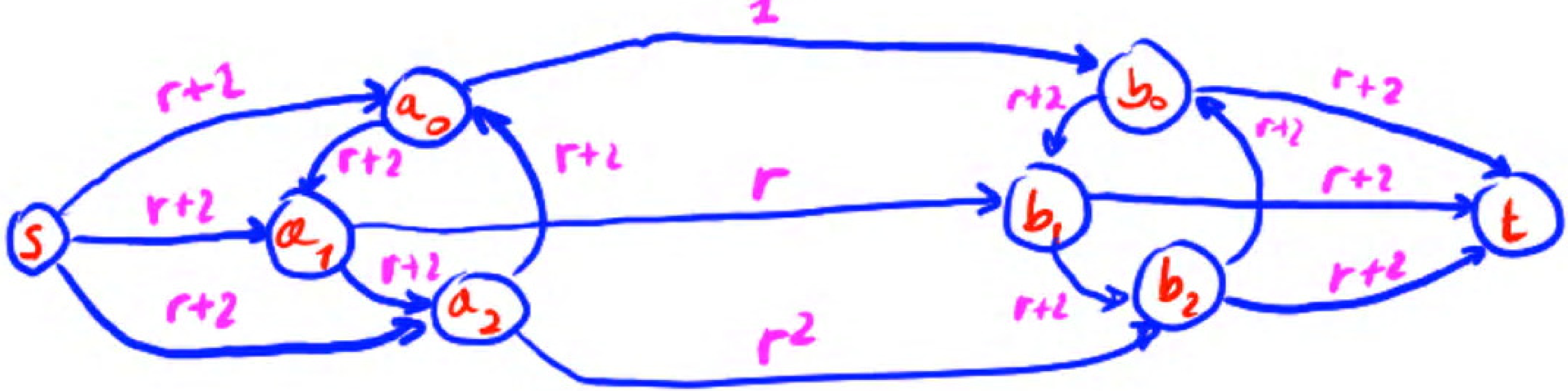
- SIA $r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618\ldots$ LA RADICE POSITIVA DELL'EQUAZIONE $x^2 + x - 1 = 0$
- VALGONO LE SEGUENTI PROPRIETÀ:
  - $r^2 = 1 - r$
  - $r^{n+2} = r^n - r^{n+1} \quad \forall n \geq 0$
  - $1 > r > r^2 > r^3 > \ldots$ (IN QUANTO $0 < r < 1$)
  - $\sum_{i=0}^{\infty} r^i = \frac{1}{1-r} = r + 2$

- VERIFICHIAMO CHE $\dfrac{1}{1-r} = r+2$.

INFATTI: $(1-r)(r+2) = r+2-r^2-2r$

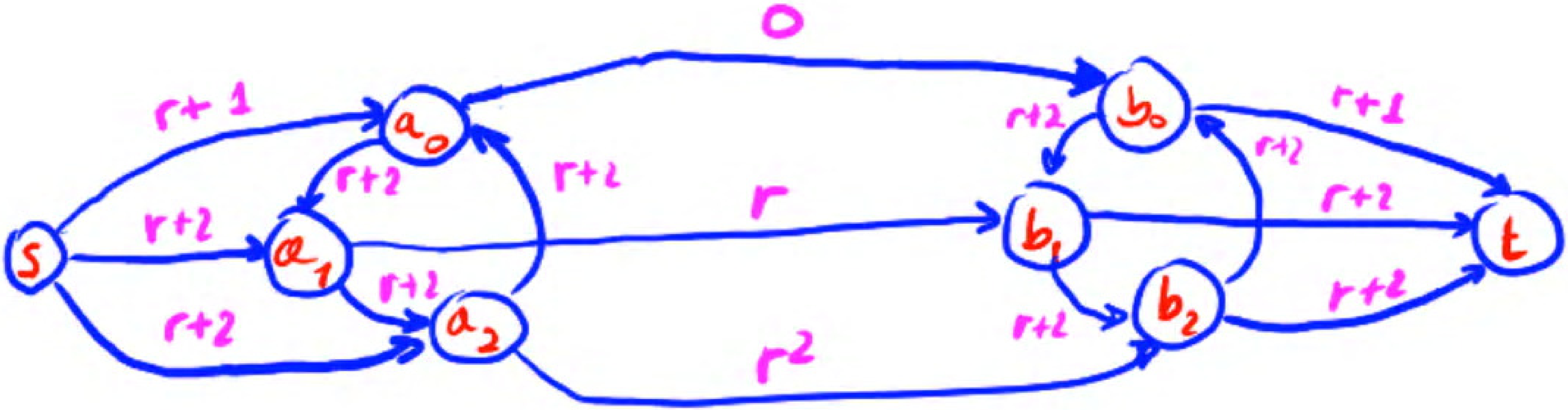
$$= -r^2 - r + 2$$

$$= (r-1) - r + 2 = 1 .$$



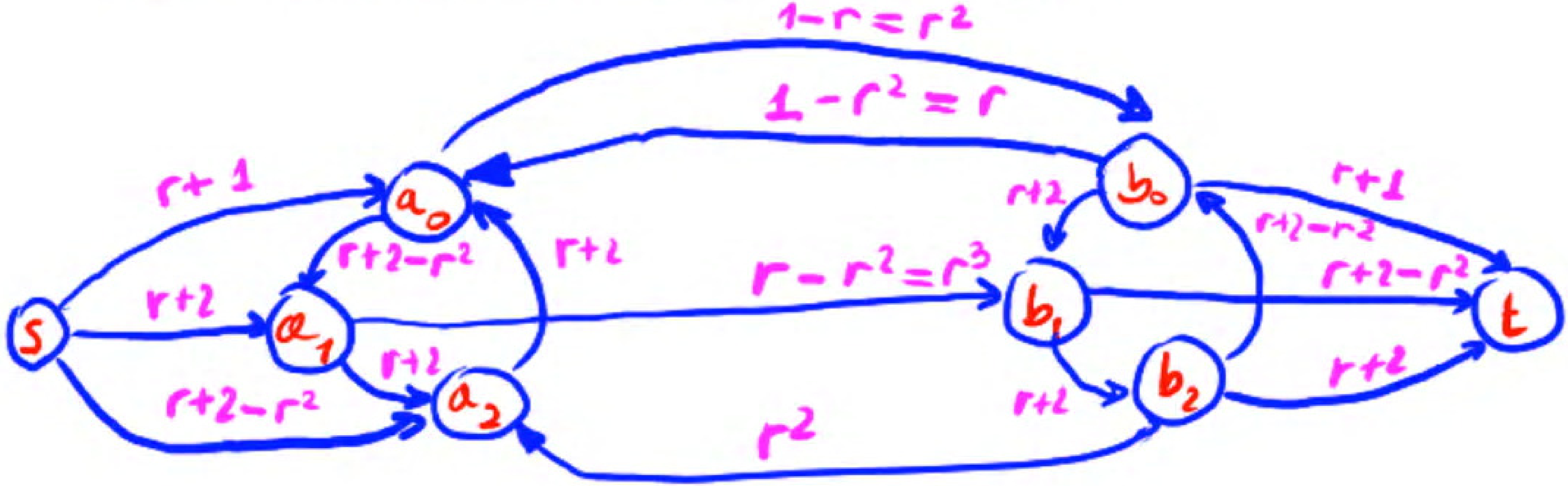
- CHIAMIAMO GLI ARCHI (a_0, b_0), (a_1, b_1), (a_2, b_2) CONDUTTURE
- $(\{s, a_0, a_1, a_2\}, \{b_0, b_1, b_2, t\})$ E' UN TAGLIO MINIMO, LA CUI CAPACITA' E' $1+r+r^2=2$

1° CAMMINO AUMENTANTE: (s, a_0, b_0, t)



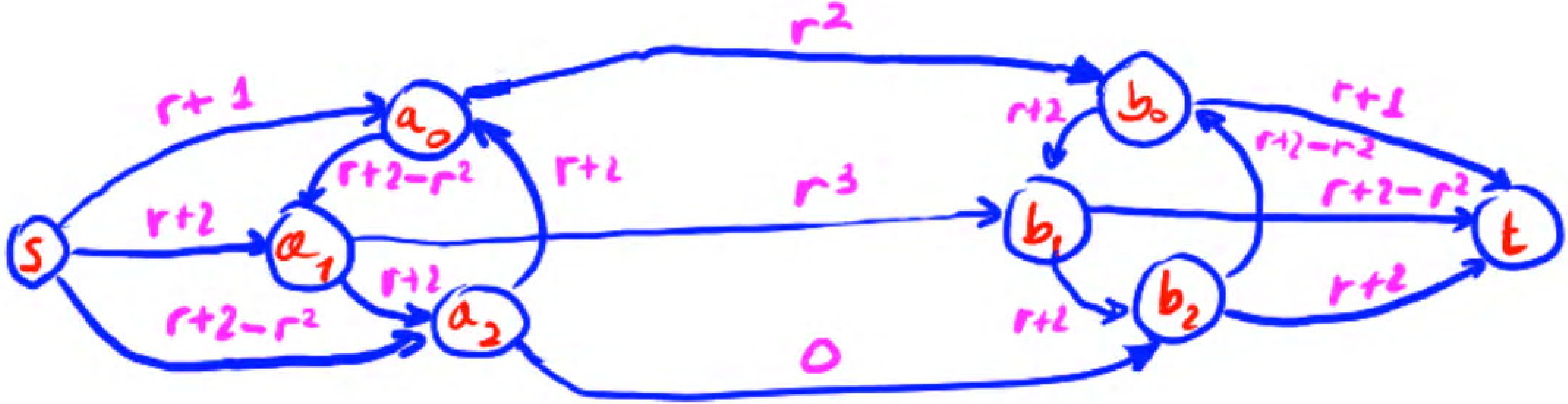
2° CAMMINO AUMENTANTE:

$(s, a_2, b_2, b_0, a_0, a_1, b_1, t)$



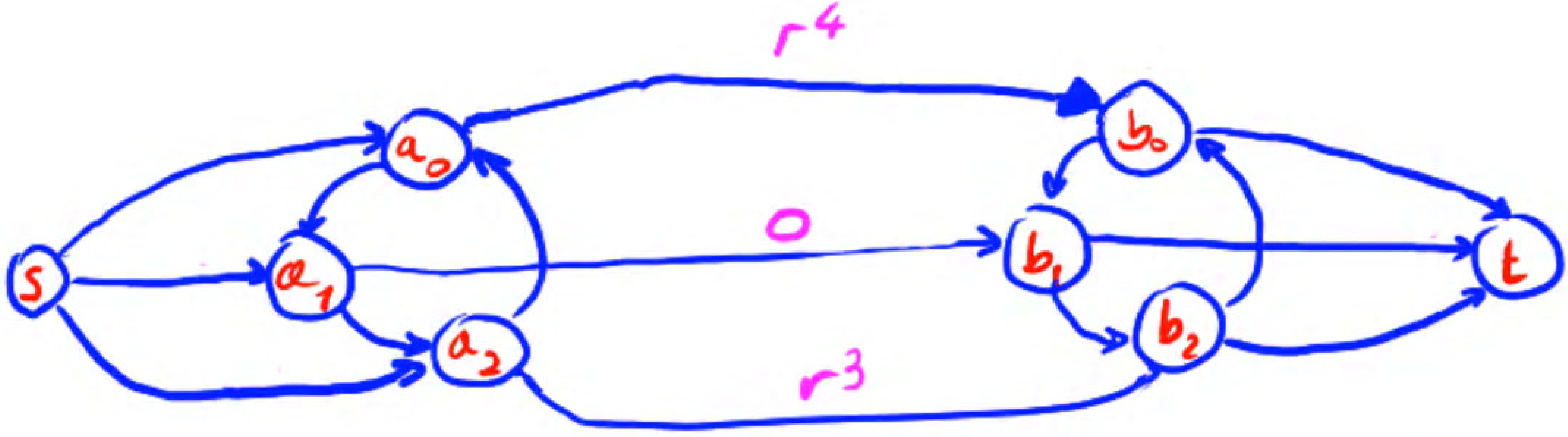
2° CAMMINO AUMENTANTE:

$(s, a_2, b_2, b_0, a_0, a_1, b_1, t)$



3° CAMMINO AUMENTANTE:

$(s, a_1, b_1, b_2, a_2, a_0, b_0, t)$



0	r^2	r^4	0	r^5	
r	r^3	0	r^4	r^6	$\ldots 0$
r^2	0	r^3	r^5	0	

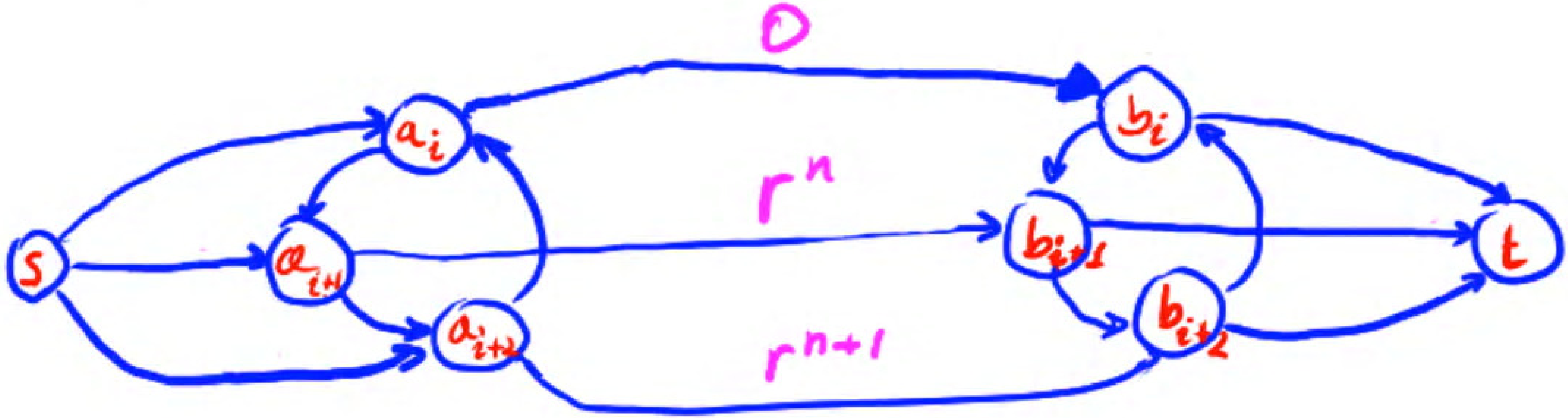
$$r^i \longrightarrow (2-i) \bmod 3$$

$$0 \longrightarrow (1-i) \bmod 3$$

$$r^{i+1} \longrightarrow -i \bmod 3$$

DOPO n INCREMENTI DEL FLUSSO SI AVRÀ

$i = (1-n) \bmod 3$



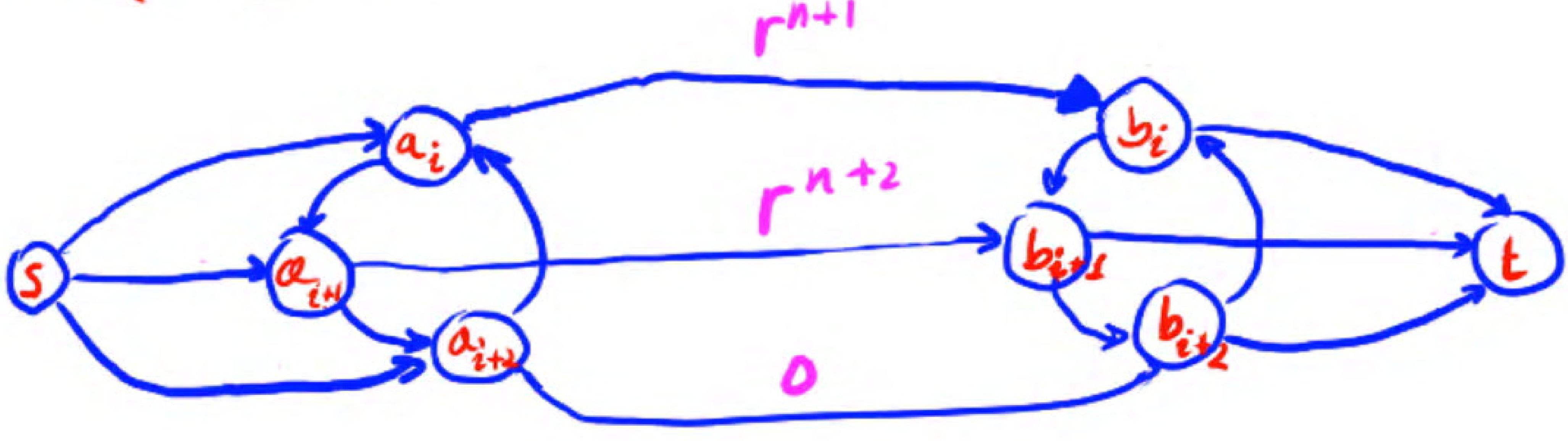
$(n+1)$-ESIMO CAMMINO AUMENTANTE:

$(s, a_{i+2}, b_{i+2}, b_i, a_i, a_{i+1}, b_{i+1}, t)$

DI CAPACITÀ RESIDUA r^{n+1}

DOPO (n+1) INCREMENTI DEL FLUSSO SI AVRA'

$i = (1-n) \bmod 3$



$r^n \longrightarrow (2-n) \bmod 3$

$0 \longrightarrow (1-n) \bmod 3$

$r^{n+1} \longrightarrow -n \bmod 3$

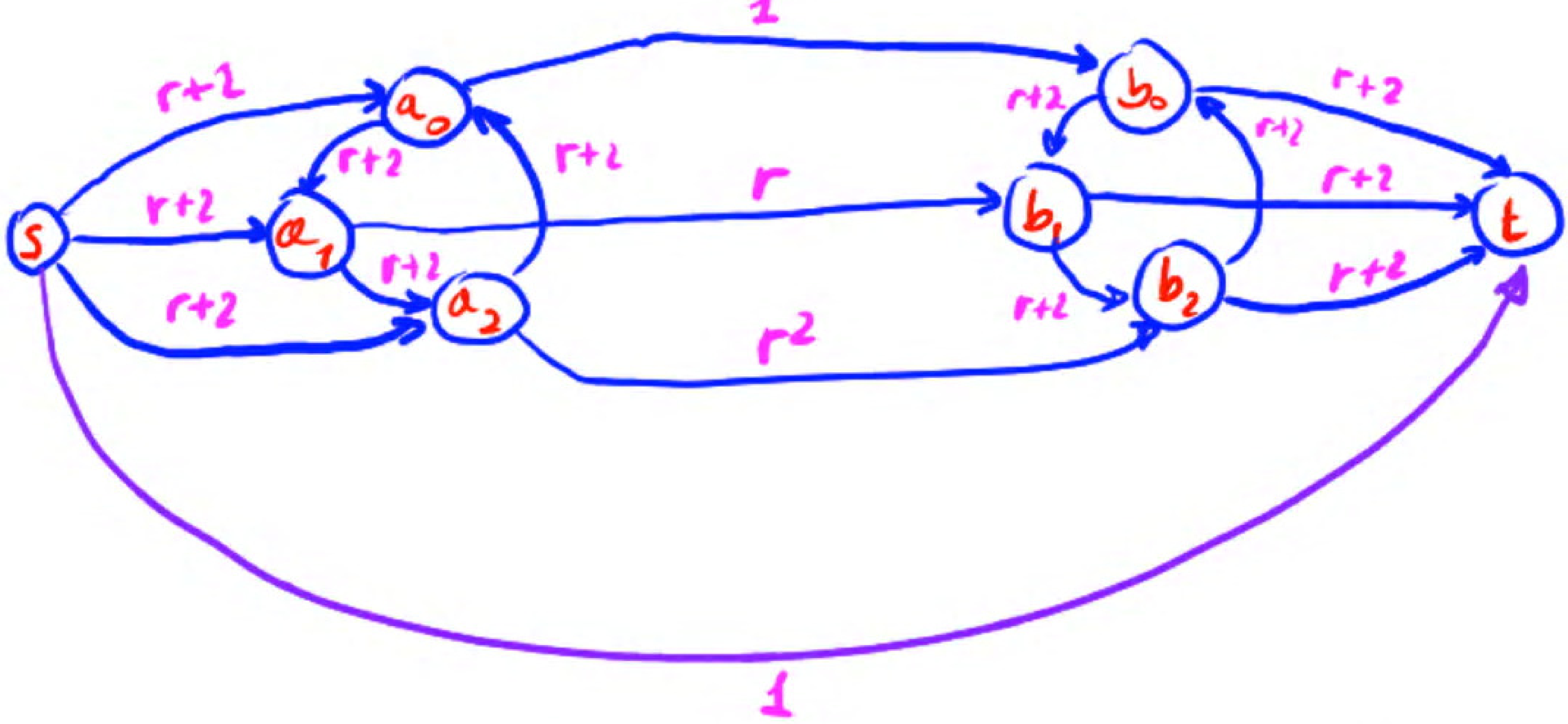
- PERTANTO, E' POSSIBILE AVERE UNA SEQUENZA INFINITA DI INCREMENTI

$$1 + r^2 + r^3 + r^4 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} r^i - r = \frac{1}{1-r} - r$$

$$= r + 2 - r = 2$$

- SI OSSERVI CHE IL LIMITE DEI FLUSSI E' IL FLUSSO MASSIMO.

- MA CIO' E' NECESSARIAMENTE VERO IN TUTTI I CASI ?



- SU TALE RETE E' POSSIBILE DEFINIRE UNA SEQUENZA DI INCREMENTI CHE CONVERGE A 2, MENTRE IL FLUSSO MASSIMO SULLA RETE HA VALORE 3