3) UNA SEQUENZA DI n OPERAZIONI VIENE ESEGUITA SU UNA STRUTTURA DATI. LA i-ESIMA OPERAZIONE COSTA i SE i È UNA POTENZA ESATTA DI 2, ALTRIMENTI COSTA 1. SI APPLICHI IL METODO DELL'AGGREGAZIONE PER DETERMINARE IL COSTO AMMORTIZZATO PER OPERAZIONE.

METODO DELL'AGGREGAZIONE

i	c_i
1	1
2	2
3	1
4	4
5	1
6	1
7	1
8	8
9	1
⋮	⋮
15	1
16	16

$$\sum_{i=1}^{n} c_i = \sum_{\substack{i=1 \\ i \notin 2^{\mathbb{N}}}}^{n} 1 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \in 2^{\mathbb{N}}}}^{n} i$$

$$= n \underbrace{- (\lfloor \lg n \rfloor + 1)} + \underbrace{2^{\lfloor \lg n \rfloor + 1}} \underbrace{-1}$$

$$\leq n + 2^{\lg n + 1}$$

$$= n + 2n = 3n$$

$T(n) \leq 3n$, $\hat{c} \leq \frac{3n}{n} = 3$

$$\underbrace{2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{\lfloor \lg n \rfloor}}_{\lfloor \lg n \rfloor + 1}$$

$$\boxed{2^{\mathbb{N}} = \{2^n : n \in \mathbb{N}\}}$$

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{\lfloor \lg n \rfloor}$$

$$= 2^{\lfloor \lg n \rfloor + 1} - 1$$

$$2^{\lg n + 1} = 2 \cdot 2^{\lg n} = 2n$$

METODO
DEGLI ACCANTONAMENTI

i	c_i	
1	1	X
2	2	X X
3	1	X X X
4	4	X X
5	1	X X X
6	1	X X X
7	1	X X X
8	8	X X
9	1	X X X
10	1	X X X
⋮	⋮	
15	1	X X X
16	16	X X
⋮	⋮	

$15-9=6+1=7\times 2=14$

$$\hat{c}_i = \begin{cases} 3 & \text{se } i \notin 2^{\mathbb{N}} \\ 2 & \text{se } i \in 2^{\mathbb{N}^+} \\ 1 & \text{se } i = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{\hat{c} \leq 3}$$

METODO DEL POTENZIALE

i	c_i
1	1
2	2
3	1
4	4
5	1
6	1
7	1
8	8
9	1
10	1
⋮	⋮
15	1
16	16
⋮	⋮

3

$$\boxed{\begin{cases} \phi(D_0) = 0 \\ \phi(D_i) = 2\cdot\left(i - 2^{\lfloor \lg i \rfloor}\right) \end{cases}}$$

$\phi(D_4) = 0 = 0\cdot 2$

$\phi(D_5) = 2 = 1\cdot 2$

$\phi(D_6) = 4 = 2\cdot 2$

$\phi(D_7) = 6 = 3\cdot 2$

$\phi(D_8) = 0$

⋮

$\phi(D_{15}) = 14$

$$\begin{cases} \phi(D_0) = 0 \\ \phi(D_i) = 2\cdot\left(i - 2^{\lfloor \lg i \rfloor}\right) \end{cases}$$

$\lfloor \lg i \rfloor = \lfloor \lg (i-1) \rfloor$

$\underline{\phi(D_i) \geq \phi(D_0) \quad \forall i}$

$$\hat{c}_i = c_i + \phi(D_i) - \phi(D_{i-1})$$

<u>caso 1</u> $\quad i \notin 2^{\mathbb{N}}$

$$\hat{c}_i = 1 + 2\left(\cancel{i} - \cancel{2^{\lfloor \lg i \rfloor}}\right) - 2\left((\cancel{i}-1) - \cancel{2^{\lfloor \lg (i-1) \rfloor}}\right)$$

$$= 3$$

$$\underbrace{\lfloor \lg i \rfloor = \lfloor \lg (i-1) \rfloor + 1}_{\lfloor \lg i \rfloor = \lg i}$$

<u>caso 2</u> $\quad i \in 2^{\mathbb{N}^+}$

$$\hat{c}_i = i + \phi(D_i) - \phi(D_{i-1})$$

$$= i + 2\left(i - \underline{2^{\lfloor \lg i \rfloor}}\right) - 2\left(\underline{(i-1)} - 2^{\lfloor \lg (i-1) \rfloor}\right)$$

$$= \cancel{i} + 2(\cancel{i} - \cancel{i}) - 2\cancel{i} + 2 + \left(\underbrace{2 \cdot 2^{\lfloor \lg(i-1) \rfloor}}_{\substack{2^{\lfloor \lg(i-1) \rfloor + 1} \\ 2^{\lfloor \lg i \rfloor} \\ \cancel{\boxed{i}}}}\right)$$

$$= 2$$

caso 3 $\quad i = 1$

$$\hat{c}_i = 1 + \phi(D_1) - \cancel{\phi(D_0)}$$

$$= 1 + (\cancel{1} - \cancel{2^{\lfloor \lg 1 \rfloor}})$$

$$= 1$$