"TEORIA DELLA COMPUTABILITÀ"
LAUREA DI I LIVELLO IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2010/11

I prova in itinere – 27 Aprile 2011

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Sia f una funzione soddisfacente la seguente ricorsione (non primitiva):

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 3 \\ f(n+2) = f(n) \cdot f(n+1), \quad \text{per ogni } n \geq 0. \end{cases}$$

Dopo aver definito la classe $\mathcal{PR}$ delle funzioni primitive ricorsive, si dimostri che $f \in \mathcal{PR}$.
Riconoscete una semplice relazione con una ben nota sequenza?

ESERCIZIO 2

Si definisca l'operatore di minimalizzazione e si dimostri che la classe delle funzioni URM-calcolabili è chiusa rispetto ad esso.
Quindi si stabilisca se la seguente funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x^3/y^2 & \text{se } y^2 \text{ divide } x^3 \\ \uparrow & \text{altrimenti} \end{cases}$$

sia URM-calcolabile.

ESERCIZIO 3

Si stabilisca per ciascuna delle seguenti asserzioni se essa debba/possa essere vera:

(a) Sia $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una funzione totale e monotona strettamente crescente,[1] allora f è calcolabile.

(b) Sia $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una funzione totale e monotona decrescente,[2] allora f è calcolabile.

[1] Cioè, $f(n_1) > f(n_2)$ per ogni $n_1 > n_2$.
[2] Cioè, $f(n_1) \leq f(n_2)$ per ogni $n_1 > n_2$.