"METODI FORMALI DELL'INFORMATICA"

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

ANNO ACCADEMICO 2001/02

I appello sessione autunnale - 18 settembre 2002

NOTA BENE: I Sigg. studenti sono invitati ad utilizzare un diverso foglio protocollo secondo le indicazioni date sotto.

Modulo I: Computabilità (Prof. G. Gallo)

ESERCIZIO 1 (FOGLIO A)

(a) Si consideri il predicato $T(x, y, z)$ che dati tre interi positivi risulti vero se esiste un triangolo con lati di misura eguale a x, y e z e falso altrimenti.
Tale predicato è computabile: se ne fornisca una argomentazione, anche informale ed intuitiva.

(b) Si consideri la funzione $m(x, y)$ che dati x e y restituisca il minimo intero positivo z che renda vero $T(x, y, z)$.
Si consideri la funzione $M(x, y)$ che dati x e y restituisca il massimo intero positivo z che renda vero $T(x, y, z)$.
Cosa possiamo dire della computabilità di $m(x, y)$ e $M(x, y)$?

Modulo II: Semantica e Complessità (Prof. D. Cantone, Dott. P. Ursino)

ESERCIZIO 2 (FOGLIO B)

Sia dato il seguente programma ricorsivo S:

$$F(x) \Leftarrow \textbf{ if } x = 0 \textbf{ then } 0 \textbf{ else } x + F(x-1)\,.$$

Sia $\Phi(S)$ l'operatore semantico ad esso associato e sia $f^i = \Phi(S)^i(\perp)$ la sua i-esima iterazione.

(a) Calcolare per induzione la funzione f^i.

(b) Trovare una funzione f tale che per ogni i si abbia $f^i \sqsubseteq_\omega f$, dove $\sqsubseteq_\omega$ è l'ordine di progressiva determinazione per funzioni (come da definizione data a lezione).

ESERCIZIO 3

Si risolva **uno** a scelta dei seguenti esercizi:

(scelta A – (FOGLIO A))
Il problema $\mathsf{SEMI-HAMILTON}$ consiste nel visitare un dato grafo non orientato con un numero pari di vertici mediante un ciclo semplice che tocca esattamente metà dei suoi vertici.

Dimostrare con un'opportuna riduzione che tale problema è NP-completo.

(scelta B – (FOGLIO B))
Sia dato il seguente linguaggio:

$$\begin{aligned}\mathsf{SIMPLE\_PATH} = \{\langle G, a, b, p\rangle \mid\ & G \text{ grafo finito non orientato, } a, b \text{ vertici di } G,\ \ p \in \mathbb{N} \text{ per cui esista} \\ & \text{in } G \text{ un cammino semplice di lunghezza } p \text{ che congiunga } a \text{ e } b\ \}\,.\end{aligned}$$

(Si ricorda che un cammino semplice è un cammino ove i vertici non si ripetono.)

Provare che $\mathsf{SIMPLE\_PATH}$ è un linguaggio NP-completo (cioè il problema dell'appartenenza a $\mathsf{SIMPLEX\_PATH}$ è un problema NP-completo) mediante un'opportuna riduzione ad un altro linguaggio noto.