

**“COMPUTABILITÀ”**  
**LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2007/08**

Prova in itinere – 9 Gennaio 2008

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

Sia  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione totale e *non* calcolabile. Si studi la calcolabilità delle seguenti funzioni unarie, al variare del parametro  $c \in \mathbb{N}$ :

- (a)  $f_c(x) = \begin{cases} g(x) & \text{se } x \leq c \\ g(c) & \text{altrimenti} \end{cases}$
- (b)  $h(x) = \begin{cases} g(x/2) & \text{se } x \text{ è pari} \\ 2x & \text{altrimenti} \end{cases}$

**ESERCIZIO 2**

Sia  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione calcolabile. Si dimostri che esiste una funzione calcolabile  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che

$$\text{Dom}(f) = \text{Ran}(f) = \text{Dom}(g) \cap \text{Ran}(g).$$

**ESERCIZIO 3**

Si scrivano le quadruple di una macchina di Turing  $\mathcal{M}$  che calcoli la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{se } x \text{ è pari} \\ \uparrow & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si specifichi inoltre quali sono gli stati, lo stato iniziale e i simboli dell'alfabeto di  $\mathcal{M}$ .

**ESERCIZIO 4**

Sia  $f(x) = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot x'$ , dove  $x'$  è il più piccolo numero dispari maggiore o uguale a  $x$  (pertanto:  $f(0) = f(1) = 1$ ,  $f(2) = f(3) = 3$ ,  $f(4) = f(5) = 15$ , ecc.) Si dimostri che la funzione  $f$  è primitiva ricorsiva.