

**“COMPUTABILITÀ”**  
**LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2006/07**

Prova in itinere – 18 Dicembre 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1 (FOGLIO A)**

- (a) Si descriva brevemente la semantica delle istruzioni delle macchine URM.
- (b) Si scriva quindi un programma URM che calcoli la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 4x/3, & \text{se } x \text{ è un multiplo non nullo di } 3 \\ \uparrow, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

**ESERCIZIO 2 (FOGLIO A)**

Si scrivano le quadruple di una macchina di Turing  $\mathcal{M}$  che calcoli la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 3 \\ 1, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si specifichi inoltre quali sono gli stati, lo stato iniziale e i simboli dell'alfabeto di  $\mathcal{M}$ .

**ESERCIZIO 3 (FOGLIO B)**

- (a) Si definisca la classe delle funzioni *primitive ricorsive*.
- (b) Si dimostri quindi che la seguente funzione è primitiva ricorsiva:

$$f(x) = \max\{y \leq x : y \text{ è un quadrato perfetto}\}.$$

**ESERCIZIO 4 (FOGLIO B)**

- (a) Si definisca l'operatore di minimalizzazione e si enunci una proprietà ad esso relativa.
- (b) Si dimostri quindi che se  $f$  e  $g$  sono funzioni unarie, totali e calcolabili, allora anche la seguente funzione è calcolabile:

$$h(x) \simeq \begin{cases} x, & \text{se } x \in \text{Ran}(f) \cap \text{Ran}(g) \\ \uparrow, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$