

**“COMPUTABILITÀ”**  
**LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2005/06**

Prova in itinere – 9 Gennaio 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

- (a) Si descriva brevemente la semantica delle istruzioni delle macchine URM.
- (b) Si definisca la funzione  $n$ -aria  $f_P^{(n)}$  calcolata da un dato programma URM  $P$ .
- (c) Si determini la funzione unaria calcolata dal seguente programma URM:

J(1, 2, 6)  
S(2)  
S(2)  
S(2)  
J(1, 1, 1)  
Z(1)  
S(1).

**ESERCIZIO 2**

- (a) Si definisca la classe delle funzioni *primitive ricorsive*.
- (b) Si dimostri quindi che la seguente funzione è primitiva ricorsiva:

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x = 0 \\ 5, & \text{se } x = 1 \\ f(x - 2), & \text{se } x \geq 2. \end{cases}$$

**ESERCIZIO 3**

Si scrivano le quadruple di una macchina di Turing  $\mathcal{M}$  che calcola la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} y + 2, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si specifichi inoltre quali sono gli stati, lo stato iniziale e i simboli dell'alfabeto di  $\mathcal{M}$ .

**ESERCIZIO 4**

- (a) Si definisca l'operatore di minimalizzazione applicato a predicati e si enunci una proprietà ad esso relativa.
- (b) Si dimostri quindi che se  $f$  è una funzione unaria, totale e calcolabile, allora anche la seguente funzione è calcolabile:

$$g(x) \simeq \begin{cases} x, & \text{se } x \in f(\{0, x, 2x, 3x, \dots\}) \\ \uparrow, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

**NOTA:** Si ricorda che dato un sottoinsieme  $A$  di  $\mathbb{N}$ ,  $f(A)$  denota l'immagine di  $A$  mediante  $f$ , cioè l'insieme  $\{f(x) : x \in A\}$ .