

**“COMPUTABILITÀ”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2008/09**

I appello sessione anticipata - 10 Febbraio 2009

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**I PARTE**

**ESERCIZIO 1**

Siano  $f$  e  $g$  due funzioni primitive ricorsive tali che  $f(x) \neq g(x)$ , per ogni  $x \in \mathbb{N}$ .

Si dimostri che esiste una funzione totale e non calcolabile  $h$  tale che

$$h(x) \in \{f(x), g(x)\}, \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Esiste più di una funzione  $h$  totale e non calcolabile soddisfacente la condizione (1)?

**ESERCIZIO 2**

(a) Si definisca l'operatore di *minimalizzazione* e si enunci una sua proprietà.

(b) Si dimostri che se  $h$  è una funzione totale e calcolabile, allora anche la seguente funzione risulta calcolabile:

$$\ell(x) = \begin{cases} h(2x) + 1 & \text{se } h(x) \text{ e } h(x^2) \text{ sono entrambi pari} \\ \uparrow & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

(c) La funzione  $\ell$  può essere primitiva ricorsiva per qualche scelta opportuna della funzione  $h$ ?

**II PARTE**

**ESERCIZIO 3**

Dopo aver definito le nozioni di *predicato decidibile* e di *predicato parzialmente decidibile*, si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario

$$Q(x) =_{Def} \text{“l'insieme } W_x \text{ contiene al più tre numeri pari”}$$

e della sua negazione.