

“COMPUTABILITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2007/08

Appello sessione straordinaria – 15 Dicembre 2008

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

- (a) Stabilire se esiste una funzione totale e non calcolabile h_1 tale che $\text{Ran}(h_1) = \{1\}$.
- (b) Stabilire se esiste una funzione totale e non calcolabile h_2 tale che $\text{Ran}(h_2) = \{1, 2\}$.
- (c) Stabilire se esiste una funzione totale e non calcolabile h_3 tale che $\text{Ran}(h_3) = \{1, 2, 3\}$.

(Motivare le risposte con dimostrazioni o esempi.)

ESERCIZIO 2

- (a) Si definisca l'operatore di *minimalizzazione* e si enunci una sua proprietà.
- (b) Si dimostri che se h è una funzione totale e calcolabile, allora anche la seguente funzione risulta calcolabile:

$$\ell(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } h(x^2) \text{ è pari e } x^2 \in \text{Ran}(h) \\ \uparrow & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (c) Che cosa si potrebbe concludere se la funzione h fosse primitiva ricorsiva?

ESERCIZIO 3

Dopo aver definito le nozioni di *predicato decidibile* e di *predicato parzialmente decidibile*, si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario

$$P(x) =_{Def} \text{ “ } \phi_x(5) \downarrow \text{ oppure } \phi_x(10) \downarrow \text{ ”}$$

e della sua negazione.