

“COMPUTABILITÀ”
LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2007/08

II appello Sessione anticipata – 28 Febbraio 2008

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

I PARTE

ESERCIZIO 1

Si dimostri che esiste una funzione totale e non calcolabile $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\text{Ran}(f) = \mathbb{N}$.

ESERCIZIO 2

Si dimostri che esiste una funzione totale e calcolabile $g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $W_{g(x,y)} = W_x \cup W_y$, per ogni $x, y \in \mathbb{N}$.

ESERCIZIO 3

Si fornisca la definizione della funzione $\mu y(f(\vec{x}, y) = 0)$, per una data funzione $f(\vec{x}, y)$. Quindi si dimostri che se $f(\vec{x}, y)$ è calcolabile, anche la funzione $\mu y(f(\vec{x}, y) = 0)$ risulta calcolabile. Vale il viceversa?

II PARTE (II prova in itinere)

ESERCIZIO 4

Si enunci e si dimostri il teorema della forma normale di Kleene.

ESERCIZIO 5

Dopo aver definito che cosa si intende con la notazione $f \subseteq g$, con f e g funzioni, si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato

$$P_g(x) \equiv “\phi_x \subseteq g”$$

e della sua negazione, dove $g \in \mathcal{C}_1$ è una funzione totale data.