

“COMPUTABILITÀ”
LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2007/08

I appello Sessione anticipata – 7 Febbraio 2008

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

I PARTE

ESERCIZIO 1

Si dimostri che esiste una funzione totale e non calcolabile $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $x^2 \leq f(x) \leq x^2 + 1$, per ogni $x \in \mathbb{N}$.

ESERCIZIO 2

Sia $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ la funzione definita da

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \text{ non è un numero primo} \\ i & \text{se } x = p_i, \text{ per qualche } i \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(dove p_i è l' i -esimo numero primo, per $i \geq 1$, e $p_0 = 0$).

Si studi la calcolabilità e la primitiva ricorsività della funzione h .

ESERCIZIO 3

Si fornisca la definizione della funzione $\mu z < y(g(x, z) = 0)$, per una data funzione calcolabile e totale $g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, e si dimostri che essa è calcolabile e totale.

II PARTE (II prova in itinere)

ESERCIZIO 4

Dopo aver fornito la definizione di *insieme r.e.*, si dimostri che un insieme è r.e. se e solo se è il dominio di una funzione unaria calcolabile.

ESERCIZIO 5

Si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato

$$P(x) \equiv “|\mathbb{N} \setminus W_x| = 2”$$

e della sua negazione.