

**“COMPUTABILITÀ”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2005/06**

II appello sessione estiva – 3 Luglio 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

Si dimostri che esiste una funzione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}$  unaria totale e non calcolabile.

Nota: non basta definire la funzione, ma occorre anche dimostrare la sua non calcolabilità.

**ESERCIZIO 2**

(a) Si definisca l'operatore di minimalizzazione applicato a predicati e si enunci una proprietà ad esso relativa.

(b) Si dimostri quindi che se  $f$  è una funzione unaria, totale e calcolabile, allora anche la seguente funzione è calcolabile:

$$g(x) \simeq \begin{cases} x, & \text{se } f(y) = y \text{ per qualche } y \geq x \\ \uparrow, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

**ESERCIZIO 3**

Dopo aver definito le nozioni di *predicato decidibile* e di *predicato parzialmente decidibile*, si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario

$$P(x) =_{Def} "W_x \subseteq \{2n : n \in \mathbb{N}\}"$$

e della sua negazione.