

“COMPUTABILITÀ”
LAUREA SPECIALISTICA IN INFORMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2005/06

I appello Sessione anticipata – 7 Febbraio 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

I PARTE

ESERCIZIO 1

Si dimostri che esiste una funzione f unaria, totale e non calcolabile tale che $f(x)$ sia divisibile per $x + 1$, per ogni $x \in \mathbb{N}$.

ESERCIZIO 2

Data una funzione f unaria calcolabile, si dimostri che anche la seguente funzione è calcolabile:

$$g(x) \simeq \begin{cases} x^2 & \text{se } x = f(y^2), \text{ per qualche } y \\ \uparrow, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Dopo aver definito in maniera precisa l'operatore di *minimalizzazione limitata*, si enunci e si dimostri una proprietà che lo riguarda.

II PARTE

ESERCIZIO 4

Si enunci il teorema *s-m-n* e lo si applichi per dimostrare che

(a) esiste una funzione totale calcolabile $s(x)$ tale che

$$W_{s(x)} = \{0, x + 1, 2(x + 1), 3(x + 1), \dots\};$$

(b) esiste una funzione totale calcolabile $t(x)$ tale che

$$W_{t(x)} = \{0, x + 1, 2(x + 1), 3(x + 1), \dots\} \quad \text{e} \quad E_{t(x)} = \{0, 1, 2, \dots, x\}.$$

ESERCIZIO 5

Dopo aver definito gli insiemi W_x ed E_x , per $x \in \mathbb{N}$, si studi la decidibilità e la parziale decidibilità del predicato unario

$$P(x) =_{Def} \text{“} W_x \cup E_x = \mathbb{N} \text{”}$$

e della sua negazione $\neg P(x)$.