

**“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2010/11**

2<sup>a</sup> prova in itinere – 09 febbraio 2011

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

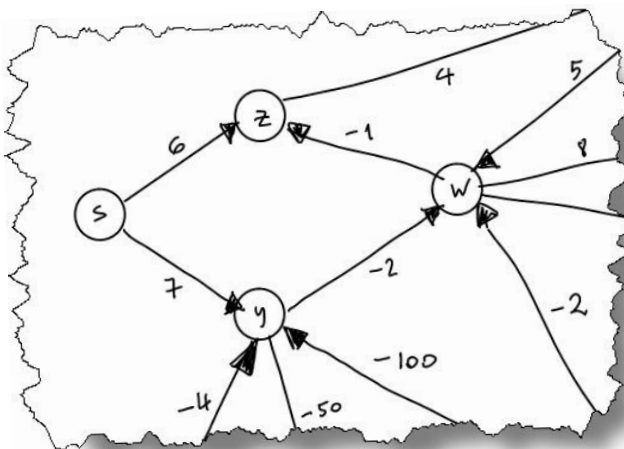
**ESERCIZIO 1**

Un importante problema di trasporto per l'azienda PIGA Petroli è stato ricondotto ad un problema di cammini minimi in un dato grafo orientato  $G = (V, E)$ , con funzione peso  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ , privo di cicli di peso negativo. In particolare, per effettuare le prime scelte strategiche, inizialmente serve solo calcolare la distanza in  $(G, w)$  dal nodo  $s \in V$  al nodo  $y \in V$ . Di ciò è stato incaricato il brillante programmatore Turi N.G.<sup>§</sup> Questi preleva soltanto il frammento a lato dall'enorme rappresentazione grafica di  $(G, w)$  (si sappia infatti che  $|V| = 10^8$ ) ed in men che non si dica calcola la distanza da  $s$  ad  $y$  e un cammino minimo da  $s$  ad  $y$  in  $(G, w)$ .

Qual è il ragionamento effettuato dal nostro esperto programmatore Turi N.G.? (Si applichino preferibilmente le proprietà sviluppate nel corso.)

È possibile escludere con i dati in nostro possesso l'esistenza di altri cammini minimi da  $s$  ad  $y$ ?

Che cosa si può dire della distanza di  $z$  da  $s$ ?



<sup>§</sup>Per il rispetto della privacy sono state indicate solo le iniziali del cognome.

**ESERCIZIO 2**

Si descrivano i cosiddetti “passi blu” e “passi rossi” negli algoritmi per il calcolo del *minimum spanning tree* nei grafi non orientati, connessi e pesati. Quindi si enunci e si dimostri l’invariante del colore limitatamente ai passi blu.

**ESERCIZIO 3**

Si proponga un algoritmo, verificandone la correttezza e valutandone la complessità computazionale, per stabilire se una data funzione  $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  costituisca un flusso massimo per una data rete di flusso  $G = (V, E, s, t, c)$ , dove  $s$ ,  $t$  e  $c$  stanno rispettivamente per la sorgente, il pozzo e la funzione capacità della rete  $G$ .