

**“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2010/11**

1<sup>a</sup> prova in itinere – 03 dicembre 2010

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

Utilizzando i tre metodi dell'**analisi ammortizzata**, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di  $n$  operazioni, ove il costo  $c_i$  dell' $i$ -esima operazione sia dato da

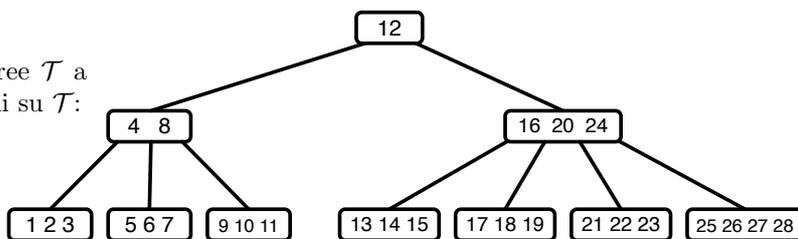
$$c_i = \begin{cases} 3 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 7 \\ \frac{7}{2} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

**ESERCIZIO 2**

(a) Si **definisca** la struttura dati dei B-tree.

(b) Dopo aver **determinato** il grado minimo del B-tree  $\mathcal{T}$  a lato si **illustri** l'esecuzione delle seguenti operazioni su  $\mathcal{T}$ :

- |                |                |
|----------------|----------------|
| (1) DELETE(1)  | (5) DELETE(9)  |
| (2) DELETE(17) | (6) DELETE(25) |
| (3) DELETE(5)  | (7) DELETE(2)  |
| (4) DELETE(21) |                |



(c) Sia  $\mathcal{T}'$  un B-tree con 4500 chiavi, il cui grado minimo è il medesimo di quello in figura. Qual è la massima altezza possibile per  $\mathcal{T}'$ ?

**ESERCIZIO 3**

Si **definiscano** gli heap binomiali. Quindi si **illustrino**, anche avvalendosi di opportuni esempi, le procedure per l'inserimento di una chiave e per l'estrazione del minimo, **confrontandole** con le analoghe procedure relative agli heap di Fibonacci.

**ESERCIZIO 4**

(a) Dopo aver **descritto** le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up, si **eseguano** nell'ordine dato le seguenti operazioni su uno splay tree inizialmente vuoto:

- INSERT 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- SEARCH 4
- INSERT 8
- SEARCH 3
- DELETE 5
- SEARCH 7

(b) Sia  $\mathcal{T}$  uno splay tree non vuoto le cui chiavi siano numeri interi a due a due distinti.

Si **descriva** come modificare gli SPLAY TREE affinché possa essere gestita in maniera efficiente anche l'operazione  $\text{SPLAY-SUM}(\mathcal{T}, r)$ , con  $r \geq \min \mathcal{T}$ , per la ricerca della massima chiave  $k$  in  $\mathcal{T}$  tale che, detta  $S$  la somma di tutte le chiavi in  $\mathcal{T}$  minori o uguali a  $k$ , si abbia  $S \leq r$ .

Qual è il costo ammortizzato dell'operazione  $\text{SPLAY-SUM}(\mathcal{T}, r)$ ? Perché?