

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2010/11

Il appello sessione autunnale - 28 settembre 2011

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Utilizzando i tre metodi dell'**analisi ammortizzata**, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 3 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 7 \\ \frac{7}{2} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

Sia $G = (V, E)$ un grafo orientato con funzione peso $w : E \rightarrow \mathbf{R}^+$ e sorgente $s \in V$, i cui nodi sono tutti raggiungibili da s .

- (a) Si definisca il *grafo G'_s dei cammini minimi da s in G* nonché la nozione di *albero dei cammini minimi da s in G* (rispetto alla funzione peso w).
- (b) Si enunci e si dimostri la proprietà principale del grafo dei cammini minimi.
- (c) Dato un arco $(u, v) \in E$, si dimostri che se $\delta(s, v) = \delta(s, u) + w(u, v)$ allora l'arco (u, v) appartiene al grafo dei cammini minimi (dove δ è la funzione distanza su G indotta da w).

ESERCIZIO 3

- (a) Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up, quindi si eseguano nell'ordine dato le seguenti operazioni su uno splay tree inizialmente vuoto:
 - INSERT 10, 7, 9, 12, 8, 11
 - SEARCH 9
 - DELETE 11
- (b) Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig*, nonché l'operazione di assemblaggio finale, in uno splay tree di tipo top-down.

ESERCIZIO 4

Si descrivano i passi “blu” e quelli “rossi” negli algoritmi per il calcolo del minimum spanning tree. Quindi si enunci e si dimostri il cosiddetto “invariante del colore”.