

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2010/11

II appello sessione estiva - 20 luglio 2011

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

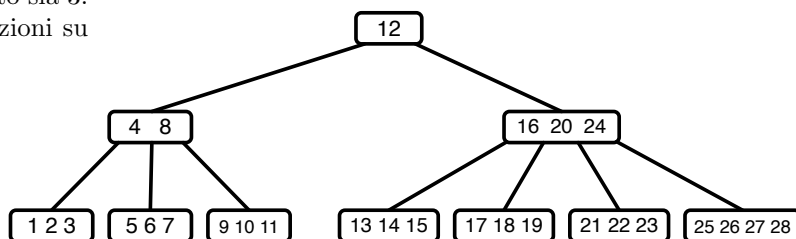
Utilizzando i metodi dell'*aggregazione* e del *potenziale*, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni op_1, op_2, \dots, op_n , ove il costo c_i di op_i sia dato da

$$c_i = \begin{cases} \frac{16}{9} \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 9 \\ 2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

- (a) Si **definisca** la struttura dati dei B-tree.
 (b) Si spieghi perchè il grado minimo del B-tree \mathcal{T} a lato sia 3.
 Quindi si **illustri** l'esecuzione delle seguenti operazioni su \mathcal{T} nell'ordine dato:

- | | |
|----------------|-----------------|
| (1) DELETE(13) | (6) INSERT(13) |
| (2) DELETE(14) | (7) INSERT(14) |
| (3) DELETE(15) | (8) INSERT(15) |
| (4) DELETE(16) | (9) INSERT(16) |
| (5) DELETE(17) | (10) INSERT(17) |



- (c) Sia \mathcal{T}' un B-tree con 2000 chiavi, avente grado minimo 3. Qual è la massima altezza possibile per \mathcal{T}' ?

ESERCIZIO 3

Sia $G = (V, E)$ un grafo orientato con una funzione peso non negativa $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ e siano assegnati $(k + 2)$ nodi distinti $s, t, v_1, v_2, \dots, v_k$ di G .

Si descriva un algoritmo efficiente, valutandone anche la complessità computazionale in funzione di $|V|, |E|$ e k , per calcolare un cammino minimo (non necessariamente semplice) da s a t , passante per *almeno* uno dei k nodi assegnati v_1, v_2, \dots, v_k .

ESERCIZIO 4

- (a) Si definiscano i concetti di: rete di flusso, flusso (in una rete di flusso) e suo valore, taglio e sua capacità.
 (b) Si enunci e si dimostri il teorema del *massimo flusso/minimo taglio*.
 (c) Si proponga un algoritmo efficiente, valutandone anche la complessità, per determinare un taglio minimo in una rete di flusso di cui sia noto un flusso massimo.