"ALGORITMI E COMPLESSITÀ"

CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

ANNO ACCADEMICO 2010/11

I appello sessione estiva - 20 giugno 2011

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Utilizzando i metodi dell'*aggregazione* e del *potenziale*, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni $\mathsf{op}_1, \mathsf{op}_2, \ldots, \mathsf{op}_n$, ove il costo c_i di op_i sia dato da

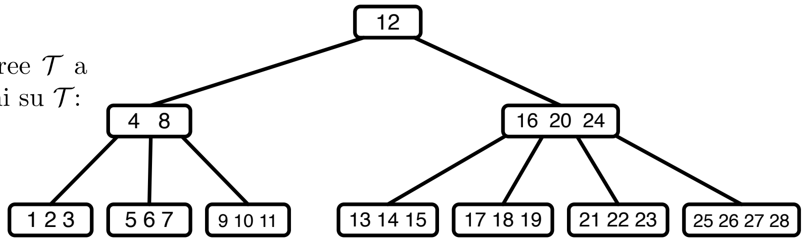
$$c_i = \begin{cases} \frac{7}{4} \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di 8} \\ 1 & \text{altrimenti}. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

(a) Si **definisca** la struttura dati dei B-tree.

(b) Dopo aver **determinato** il grado minimo del B-tree $\mathcal{T}$ a lato si **illustri** l'esecuzione delle seguenti operazioni su $\mathcal{T}$:

(1) DELETE(17) (5) DELETE(2)
(2) DELETE(5) (6) DELETE(21)
(3) DELETE(1) (7) DELETE(25)
(4) DELETE(9) (8) Insert(1)



(c) Sia $\mathcal{T}'$ un B-tree con 485 chiavi, il cui grado minimo è il medesimo di quello in figura. Qual è la massima altezza possibile per $\mathcal{T}'$?

ESERCIZIO 3

Sia $G = (V, E)$ un grafo orientato con una funzione peso non negativa $w : E \to \mathbb{R}^+$ e siano assegnati in G tre nodi distinti $s, q_1, q_2 \in V$.
Si descriva un algoritmo efficiente, valutandone anche la complessità computazionale, per calcolare tutti i cammini minimi (non necessariamente semplici) da s a ciascun nodo v di G, passanti per *almeno* uno dei due nodi assegnati q_1, q_2.

ESERCIZIO 4

(a) Si descriva l'algoritmo di Prim, se ne valuti la complessità computazionale e se ne dimostri la correttezza.

(b) Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato connesso con funzione peso $w : E \to \mathbb{N}$ e sia E_M l'insieme degli archi di un suo albero di copertura minimo. Si supponga inoltre che G contenga esattamente tre archi distinti e_1, e_2 ed e_3 aventi peso 0. Ovviamente vale $0 \leq |E_M \cap \{e_1, e_2, e_3\}| \leq 3$.
Per ciascun valore di $k = 0, 1, 2, 3$, si determini una proprietà $\mathcal{P}_k$ di (G, e_1, e_2, e_3) tale che

$$|E_M \cap \{e_1, e_2, e_3\}| = k \quad \longleftrightarrow \quad \mathcal{P}_k(G, e_1, e_2, e_3) = \mathbf{true}.$$