

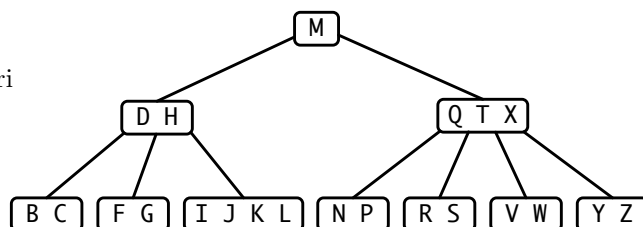
“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2009/10

I appello sessione estiva - 21 giugno 2010

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

- (a) Si definisca la struttura dati dei B-tree.
- (b) Si determini il grado minimo del B-tree \mathcal{T} a lato e si illustri l'esecuzione delle seguenti operazioni su \mathcal{T} :
- (1) DELETE(I)
 - (2) DELETE(G)
 - (3) DELETE(S)



- (c) Si determini una maggiorazione del numero di nodi a profondità $i = 0, 1, \dots, h$ in un B-tree di grado minimo t e altezza h .

ESERCIZIO 2

Utilizzando il metodo dell'aggregazione e quello del potenziale, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 18 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 7 \\ 4 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Sia $G = (V, E)$ un grafo orientato, $q \in V$ un nodo assegnato di G e $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ una funzione peso in G a valori positivi.

Un q -cammino in G da u a v è un cammino in G da u a v passante per q .

Un q -cammino in G da u a v si dice *minimo* se il suo peso è minimo (relativamente alla funzione peso w) rispetto a tutti i q -cammini in G da u a v .

Si descriva un algoritmo efficiente che calcoli per ciascuna coppia di nodi $(u, v) \in V \times V$ un q -cammino minimo da u a v e se ne valuti la complessità computazionale.

ESERCIZIO 4

- (a) Si definiscano con precisione le nozioni di *rete di flusso* e di *flusso*.
- (b) Sia G una rete di flusso e sia V l'insieme dei suoi vertici. Siano inoltre $f_1, f_2 : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ due flussi in G . Si consideri la funzione $f_1 + f_2$ definita da:

$$(f_1 + f_2)(u, v) =_{Def} f_1(u, v) + f_2(u, v), \quad \text{per ogni } (u, v) \in V \times V.$$

Si stabilisca quali proprietà dei flussi sono necessariamente vere per $f_1 + f_2$ e quali no.