

“ALGORITMI E COMPLESSITÀ”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea magistrale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2009/10

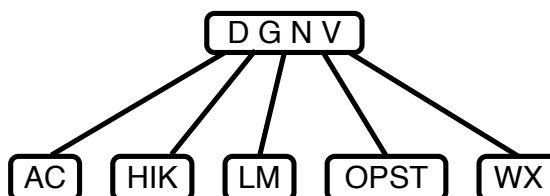
II appello sessione anticipata - 8 marzo 2010

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1 (esame completo)

- (a) Si definisca la struttura dati dei B-tree.
- (b) Si determini il grado minimo del B-tree \mathcal{T} a lato e si illustri l'esecuzione delle seguenti operazioni su \mathcal{T} :

- | | |
|---------------|---------------|
| (1) DELETE(V) | (4) DELETE(D) |
| (2) DELETE(N) | (5) INSERT(U) |
| (3) DELETE(G) | |



- (c) Si determinino una minorazione ed una maggiorazione del numero di nodi a profondità $i = 0, 1, \dots, h$ in un B-tree di grado minimo t e altezza h .

ESERCIZIO 2 (esame completo)

Utilizzando il metodo dell'aggregazione e quello del potenziale, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 4 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 9 \\ \frac{3}{2} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 3 (esame completo)

Si definiscano gli heap di Fibonacci e si enunci e si dimostri un lemma che fornisce una minorazione del grado di ciascun figlio di un dato nodo in un heap di Fibonacci.

ESERCIZIO 4 (esame completo/II prova in itinere)

Sia $G = (V, E)$ un grafo orientato con funzione peso $w : E \rightarrow \mathbf{R}^+$ e sorgente $s \in V$, i cui nodi sono tutti raggiungibili da s .

- (a) Si definiscano il *grafo G'_s dei cammini minimi da s in G* e la nozione di *albero dei cammini minimi da s in G* (rispetto alla funzione peso w).
- (b) Dato un arco $(u, v) \in E$, si dimostri che (u, v) appartiene al grafo dei cammini minimi se e solo se $\delta(s, v) = \delta(s, u) + w(u, v)$, dove δ è la funzione distanza su G indotta da w .
- (c) Si illustri un algoritmo efficiente per calcolare il grafo dei cammini minimi da s per il grafo pesato (G, w) .

ESERCIZIO 5 (esame completo/II prova in itinere)

Si illustri l'algoritmo di Kruskal e se ne dimostri la correttezza.