

**“ALGORITMI I (6 cfu)”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2014/15**

Terza sessione di esami (II appello) - 06 ottobre 2015

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1 (Equazione di ricorrenza)**

Si enuncino il Teorema Master ed il suo Corollario, quindi si risolva la seguente equazione di ricorrenza al variare del parametro  $\alpha \geq 1$ :

$$T(n) = \alpha \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \log^2 n.$$

Per quali valori di  $\alpha$  si ha: (a)  $T(n) = \mathcal{O}(n^3)$ ; (b)  $T(n) = \Omega(n^2 \log^3 n)$ ; (c)  $T(n) = \Omega(n^2 \log^4 n)$  ?

**ESERCIZIO 2 (Alberi “rosso-neri”)**

- (a) Si illustri la struttura dati degli alberi rosso-neri.
- (b) Si definisca l'*altezza nera* di un nodo in un albero rosso-nero. Quindi si enunci una minorazione del numero di nodi interni in un sottoalbero radicato in un nodo  $x$  di un albero rosso-nero e la si utilizzi per dimostrare un limite superiore all'altezza di un albero rosso-nero con  $n$  nodi interni.

**ESERCIZIO 3 (Visita in profondità)**

Sia dato il grafo orientato  $\mathcal{G}$  con insieme di vertici  $V = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  e i cui archi sono rappresentati dalle seguenti liste di adiacenza:

$$\begin{array}{lll} A \rightarrow B, C, D & C \rightarrow A & F \rightarrow D, E \\ B \rightarrow C, D & D \rightarrow E, F & \end{array}$$

Dopo aver descritto l'algoritmo di visita in profondità, si effettui la visita in profondità del grafo  $\mathcal{G}$  a partire dal vertice  $A$ , indicando i tempi di inizio e fine visita per ciascun vertice, e la classificazione di tutti gli archi (es. archi d'albero, all'indietro, ecc.). Si rappresenti inoltre la foresta DFS ottenuta.

(*Facoltativo*) Si definisca la nozione di *componente fortemente connessa* (cfc) di un grafo orientato e si descriva un algoritmo per calcolare le cfc di un grafo orientato. Quindi si determinino le cfc del grafo  $\mathcal{G}$ .