“ALGORITMI”

CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

ANNO ACCADEMICO 2015/16

Prima sessione di esami (I appello) – 08 febbraio 2016

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1 (Foglio A)

Si descriva la struttura dati del *max-heap binario* e si fornisca, con dimostrazione, un limite superiore stretto per l'altezza di un heap binario con n nodi.

Quindi si descrivano le procedure Max-Heapify e Build-Max-Heap (anche mediante il loro pseudo-codice) e si illustri la procedura Build-Max-Heap sull'array $C := [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]$.

Infine si descriva l'algoritmo Heapsort.

ESERCIZIO 2 (Foglio A)

Si consideri il grafo orientato $\mathcal{G}$ rappresentato dalle seguenti liste di adiacenza:

A → E, G	D → A	G → B, D
B → C	E → F	H → C, E
C → G	F → B, D	

(a) Dopo aver descritto l'algoritmo di visita in profondità (anche con pseudo-codice), si effettui la visita in profondità del grafo $\mathcal{G}$ a partire dal vertice A (e poi procedendo lessicograficamente), indicando per ogni vertice i tempi di inizio e fine visita, e la classificazione di tutti gli archi.

(b) Si definisca la nozione di *componenti fortemente connesse* (cfc) di un grafo orientato e si descriva un algoritmo per il loro calcolo, indicandone la complessità computazionale. Quindi si determinino le componenti fortemente connesse del grafo $\mathcal{G}$, utilizzando i risultati della visita già effettuata per il punto precedente.

ESERCIZIO 3 (Foglio B)

Sia T un testo di 500 caratteri in un alfabeto con i simboli $a_1, \ldots, a_6$, le cui frequenze sono rispettivamente
30, 50, 60, 60, 100, 120, 200.

Dopo aver definito la nozione di *codice prefisso*, si determini il numero minimo di bit necessari per rappresentare il testo T utilizzando un codice prefisso ottimo, illustrando l'algoritmo utilizzato (anche mediante pseudo-codice). Qual è il risparmio percentuale rispetto ad una codifica minimale di T con un codice a lunghezza fissa?

ESERCIZIO 4 (Foglio B)

(A) Si enuncino il Teorema Master e il suo Corollario, quindi si risolva la seguente equazione di ricorrenza al variare del parametro reale $a \geq 1$:

$$T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta\left(n^3 \log^3 n\right) .$$

Per quali valori di a si ha: (i) $T(n) = \mathcal{O}(n^3 \log^3 n)$; (ii) $T(n) = \Omega(n^3 \log^5 n)$; (iii) $T(n) = \Theta(n^4)$?

(B) Si ordinino per tasso di crescita le funzioni n, $\frac{n}{\log^2 n}$, $\frac{\log^3 n}{n}$, $\log n$, $\frac{n^2}{\log^4 n}$.