

“ALGORITMI”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2014/15

Terza sessione di esami (II appello) - 06 ottobre 2015

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1 (Equazione di ricorrenza)

Si enuncino il Teorema Master ed il suo Corollario, quindi si risolva la seguente equazione di ricorrenza al variare del parametro $\alpha \geq 1$:

$$T(n) = \alpha \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \log^2 n.$$

Per quali valori di α si ha: (a) $T(n) = \mathcal{O}(n^3)$; (b) $T(n) = \Omega(n^2 \log^3 n)$; (c) $T(n) = \Omega(n^2 \log^4 n)$?

ESERCIZIO 2 (Alberi “rosso-neri”)

- (a) Si illustri la struttura dati degli alberi rosso-neri.
- (b) Si definisca l'*altezza nera* di un nodo in un albero rosso-nero. Quindi si enunci una minorazione del numero di nodi interni in un sottoalbero radicato in un nodo x di un albero rosso-nero e la si utilizzi per dimostrare un limite superiore all'altezza di un albero rosso-nero con n nodi interni.

ESERCIZIO 3 (Visita in profondità)

Sia dato il grafo orientato \mathcal{G} con insieme di vertici $V = \{A, B, C, D, E, F, G\}$ e i cui archi sono rappresentati dalle seguenti liste di adiacenza:

$$\begin{array}{lll} A \rightarrow B, C, D & C \rightarrow A & F \rightarrow D, E \\ B \rightarrow C, D & D \rightarrow E, F & \end{array}$$

Dopo aver descritto l'algoritmo di visita in profondità, si effettui la visita in profondità del grafo \mathcal{G} a partire dal vertice A , indicando i tempi di inizio e fine visita per ciascun vertice, e la classificazione di tutti gli archi (es. archi d'albero, all'indietro, ecc.). Si rappresenti inoltre la foresta DFS ottenuta.

(*Facoltativo*) Si definisca la nozione di *componente fortemente connessa* (cfc) di un grafo orientato e si descriva un algoritmo per calcolare le cfc di un grafo orientato. Quindi si determinino le cfc del grafo \mathcal{G} .

ESERCIZIO 4 (Tavole hash)

- (a) Data la funzione $h(x, i) =_{Def} (x + 4i) \bmod 19$, si illustri l'inserimento delle chiavi

23, 43, 21, 5, 62, 72, 58, 48, 52, 46, 78, 55, 35, 17, 51

in una tabella hash di dimensione 17, inizialmente vuota e organizzata con l'indirizzamento aperto, utilizzando $h(x, i)$ come funzione hash.

- (b) Si enunci l'ipotesi di *hashing uniforme*, si forniscano dei limiti superiori al numero medio di scansioni in ricerche *con* e *senza* successo in una tabella hash con fattore di carico α , assumendo l'ipotesi di hashing uniforme.

ESERCIZIO 5 (Programmazione dinamica)

Si enunci in dettaglio il problema della moltiplicazione di una sequenza di matrici. Quindi, utilizzando la metodologia della programmazione dinamica, si illustri una soluzione della variante del problema della moltiplicazione di una sequenza di matrici in cui si è interessati a massimizzare il numero di prodotti scalari, piuttosto che a minimizzarlo.

Qual è la complessità dell'algoritmo trovato in funzione della lunghezza della sequenza di matrici ?