

“ALGORITMI”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2014/15

Prima sessione di esami (appello straordinario) - 13 maggio 2015

Si svolgono i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1 (Programmazione dinamica)

Sia \otimes un'operazione *associativa* su matrici di numeri reali tale che, date due matrici A e B rispettivamente di dimensioni $p \times q$ e $q \times r$, produce una matrice $A \otimes B$ di dimensione $p \times r$, effettuando p^2qr^3 operazioni elementari.

Sia $\mathcal{A} = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ una sequenza di matrici di dimensioni $p_{i-1} \times p_i$, per $i = 1, 2, \dots, n$.

Utilizzando la metodologia della programmazione dinamica, si descriva un'algoritmo per determinare la parentizzazione della sequenza \mathcal{A} che consenta di calcolare la matrice

$$A_1 \otimes A_2 \otimes \dots \otimes A_n$$

con il *minor* numero possibile di operazioni elementari.

Qual è la complessità dell'algoritmo trovato in funzione della lunghezza n della sequenza \mathcal{A} ?

Perché è importante supporre che l'operazione \otimes sia associativa?

ESERCIZIO 2 (Algoritmi greedy)

Si definisca la nozione di *codice prefisso*. Quindi si illustri l'algoritmo di Huffman (anche con pseudocodice) e la sua applicazione principale.

ESERCIZIO 3 (Visita in profondità)

Sia dato il grafo orientato \mathcal{G} rappresentato dalle seguenti liste di adiacenza:

$$\begin{array}{ll} A \rightarrow B, D & E \rightarrow F \\ B \rightarrow C & F \rightarrow D \\ C \rightarrow A, D, E, F & \end{array}$$

Dopo aver descritto l'algoritmo di visita in profondità, si effettui la visita in profondità del grafo \mathcal{G} a partire dal vertice A , indicando per ogni vertice i tempi di inizio e di fine visita.

Si effettui inoltre la visita del grafo \mathcal{G} a partire dal vertice A , nell'ipotesi che la lista di adiacenza di A sia ordinata così: $A \rightarrow D, B$ (mentre invece le rimanenti liste rimangano ordinate come sopra).

Utilizzare i risultati delle visite per verificare se il grafo \mathcal{G} è aciclico.

ESERCIZIO 4 (Equazione di ricorrenza)

Si risolva la seguente equazione di ricorrenza parametrica, al variare del parametro reale $\alpha > 1$,

$$T(n) = 9 \cdot T\left(\frac{n}{3}\right) + n^\alpha \log n,$$

e quindi si determini per quali valori di α si ha: (a) $T(n) = \mathcal{O}(n^3)$; (b) $T(n) = \Theta(n^2 \log n)$.

ESERCIZIO 5 (Max Heap)

Si definisca la struttura dati MAXHEAP e si illustri una sua rappresentazione efficiente mediante array. Qual è l'altezza di un MAXHEAP con n elementi? Perché?