

“ALGORITMI 3”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2006/07

3^a prova in itinere – 15 giugno 2007

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Dato un grafo $G = (V, E)$ non orientato e connesso, con funzione peso $w : E \rightarrow \mathbb{R}$, si consideri la seguente procedura ricorsiva:

```
procedure Quick_Something( $V, E$ )
  if  $|V| \leq 1$  then
    return  $\emptyset$ 
  else
    - sia  $(V_1, V_2)$  un taglio di  $(V, E)$  tale che i sottografi  $(V_1, E_1)$  e  $(V_2, E_2)$  risultino connessi, dove
      ·  $E_1 :=$  insieme degli archi in  $E$  i cui estremi sono in  $V_1$ ,
      ·  $E_2 :=$  insieme degli archi in  $E$  i cui estremi sono in  $V_2$ ;
    - sia  $e$  un arco di peso minimo (rispetto alla funzione peso  $w$ ) che attraversa il taglio  $(V_1, V_2)$ ;
       $E_1 :=$  Quick_Something( $V_1, E_1$ );
       $E_2 :=$  Quick_Something( $V_2, E_2$ );
  endif
  return  $E_1 \cup E_2 \cup \{e\}$ ;
end Quick_Something;
```

- (a) Si dimostri che la procedura Quick_Something(V, E) calcola un albero \mathcal{T} di copertura di (V, E) .
- (b) \mathcal{T} è necessariamente un minimo albero di copertura per (V, E) ?

ESERCIZIO 2

Sia $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione assegnata sulle coppie ordinate dei vertici di una rete di flusso $G = (V, E)$ con funzione capacità $c : E \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, sorgente s e pozzo t .

Si proponga un algoritmo efficiente per stabilire se

- (a) f è un flusso in (G, c, s, t) ;
- (b) f è un flusso *massimo* in (G, c, s, t)

e se ne valuti la complessità computazionale.