

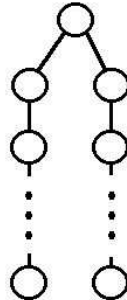
**“ALGORITMI 3”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2005/06**

2<sup>a</sup> prova in itinere – 15 Maggio 2006

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

Trovare una sequenza di operazioni sugli heap di Fibonacci che a partire da una famiglia vuota di heap costruisca un heap formato da un solo albero avente la seguente forma



oppure stabilire che una siffatta sequenza di operazioni non esiste.

**ESERCIZIO 2**

**Definizione** Dato un grafo non orientato  $G = (V, E)$  con funzione peso  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$  e dato un sottoinsieme  $U$  di  $V$ , il sottografo di  $(G, w)$  INDOTTO DA  $U$  è il grafo pesato ottenuto rimuovendo da  $G$  tutti i nodi non appartenenti a  $U$  e tutti gli archi che toccano qualche nodo non appartenente a  $U$ .

Sia quindi  $G = (V, E)$  un grafo connesso non orientato con funzione peso  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ .

Per ciascuna delle seguenti asserzioni, stabilire se è necessariamente vera oppure no, motivando adeguatamente le risposte.

- (A) Sia  $\mathcal{T} = (V, T)$  un albero ricoprente minimo di  $(G, w)$  e sia  $e \in T$  un suo arco. Rimuovendo  $e$  da  $\mathcal{T}$  si formano due alberi  $\mathcal{T}_1$  e  $\mathcal{T}_2$  insistenti rispettivamente sugli insiemi di nodi  $V_1$  e  $V_2$ . Allora,
- $e$  è un arco di peso minimo che attraversa il taglio  $(V_1, V_2)$  di  $G$ ;
  - $\mathcal{T}_i$  è un albero ricoprente minimo del sottografo di  $(G, w)$  indotto da  $V_i$ , per  $i = 1, 2$ .
- (B) Sia  $(V_1, V_2)$  un taglio di  $G$ , sia  $e$  un arco di peso minimo che attraversa il taglio  $(V_1, V_2)$ , e sia  $\mathcal{T}_i = (V_i, T_i)$  un albero ricoprente minimo del sottografo di  $(G, w)$  indotto da  $V_i$ , per  $i = 1, 2$ . Allora, il grafo  $(V, T_1 \cup T_2 \cup \{e\})$  è un albero ricoprente minimo di  $(G, w)$ .