

“ALGORITMI 3”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2005/06

1^a prova in itinere – 20 Aprile 2006

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

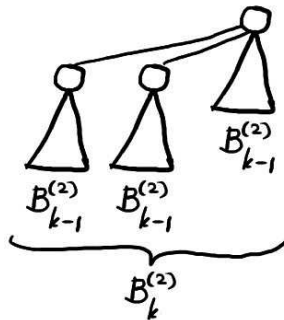
ESERCIZIO 1

Una sequenza di operazioni PUSH e POP viene eseguita su uno stack la cui dimensione non supera mai il valore k . Dopo ogni k operazioni, viene fatta automaticamente una copia di backup dell'intero stack, per motivi di sicurezza. Si dimostri che il costo di n operazioni (con l'ovvia inclusione anche del costo dovuto alle copie di backup) è $O(n)$.

ESERCIZIO 2

Un *albero binomiale* $B_k^{(2)}$ di ordine 2 (in breve, albero 2-binomiale) è un albero ordinato definito ricorsivamente come segue:

- l'albero 2-binomiale $B_0^{(2)}$ è formato da un solo nodo;
- l'albero 2-binomiale $B_k^{(2)}$, per $k \geq 1$, è formato da tre alberi 2-binomiali $B_{k-1}^{(2)}$ collegati insieme in modo tale che le radici di due alberi 2-binomiali risultino i due figli più a sinistra della radice del terzo albero (si veda la figura).



- (a) Si enuncino e si dimostrino le principali proprietà degli alberi 2-binomiali in analogia a quanto visto per gli alberi binomiali.
(In particolare, per quanto riguarda il conteggio del numero $D(k, i)$ di nodi a profondità i nell'albero 2-binomiale $B_k^{(2)}$, si dimostri che $D(k, i)$ è uguale al coefficiente del monomio $x^i y^{k-i}$ nell'espansione del polinomio $(2x + y)^k$.)
- (b) Si proponga una definizione di *heap 2-binomiali*.