

“ALGORITMI 3”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea specialistica)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2008/09

II appello sessione estiva - 08 luglio 2009

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

Utilizzando il metodo dell'aggregazione e quello del potenziale, si determini il costo ammortizzato per operazione di una sequenza di n operazioni, ove il costo c_i dell' i -esima operazione sia dato da

$$c_i = \begin{cases} 9 \cdot i & \text{se } i \text{ è potenza esatta di } 7 \\ 5 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

- (a) Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig* in uno splay tree di tipo bottom-up, quindi si eseguano nell'ordine dato le seguenti operazioni su uno splay tree inizialmente vuoto:
- INSERT 10, 7, 9, 12, 8, 11
 - SEARCH 9
 - DELETE 11
- (b) Si descrivano le operazioni di *zig-zag*, *zig-zig* e *zig*, nonché l'operazione di assemblaggio finale, in un splay tree di tipo top-down.

ESERCIZIO 3

Si etichettino i seguenti punti del piano

$$(1, 3), (2, 1), (2, 6), (1, 6), (6, 6), (3, 4), (3, 6), (5, 2), (5, 7)$$

con le lettere da A ad I , rispettivamente.

Prendendo come pesi le distanze tra gli estremi degli archi (distanza euclidea), si consideri il grafo pesato (\mathcal{G}, w) avente i seguenti archi

$$(A, B), (A, C), (C, G), (F, G), (B, F), (B, E), (B, H), (B, D), (D, H), (E, I), (G, I), (E, F), (E, H).$$

- (a) Si illustri l'esecuzione degli algoritmi di Kruskal e di Prim sul grafo pesato (\mathcal{G}, w) , imponendo tra gli archi l'ordinamento lessicografico nei casi di parità tra i pesi (quindi, ad esempio, l'arco (A, C) precede (B, F) che, a sua volta, precede (B, H)).
In particolare, per quanto riguarda l'algoritmo di Prim, lo si esegua a partire dal nodo A .
Nota: per semplificare i calcoli, si utilizzino i quadrati delle distanze al posto delle distanze stesse.
- (b) Si spieghi brevemente, ma in maniera rigorosa, perchè pur utilizzando i quadrati delle distanze si ottengono MST validi per il grafo originale (\mathcal{G}, w) , con le distanze euclidee.