

“ALGORITMI 2”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (I e II livello)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2005/06

I appello sessione estiva - 14 Giugno 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

DEFINIZIONE. Un B-tree di grado minimo t e altezza h si dice MINIMO [risp., MASSIMO] se ha il *minor* [risp., *maggior*] numero di chiavi tra tutti i B-tree di grado minimo t e altezza h .

Sia B_1 un B-tree *massimo* di grado minimo t e altezza h e sia n_1 il numero di chiavi in esso contenute.

Inoltre, sia B_2 un B-tree *minimo* di grado minimo $2t$ e altezza $h + 1$ e sia n_2 il numero di chiavi in esso contenute.

Dopo aver definito in maniera precisa la struttura dati dei B-tree, si calcoli il rapporto $\frac{n_1 + 1}{n_2 + 1}$.

ESERCIZIO 2

(a) Si descrivano le tabelle hash ad indirizzamento aperto, nonché le procedure per la loro gestione.

(b) Si illustri l'inserimento delle chiavi 87, 56, 43, 52, 36, 31, 48, 51, 63, 60, 44, 47, 27, 39, 75 in una tabella hash ad indirizzamento aperto inizialmente vuota utilizzando la funzione

$$h(x, i) = (x + 2i) \bmod 17.$$

ESERCIZIO 3

Sia $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un insieme di n attività, ove la i -esima attività è caratterizzata da

- un tempo di inizio s_i ,
- un tempo di fine $f_i \geq s_i$,
- un valore v_i ,

per $i = 1, 2, \dots, n$.

Si supponga che per ogni $1 \leq i < j \leq n$ si abbia $f_i \leq f_j$.

Si descriva un algoritmo basato sulla programmazione dinamica che determini un sottoinsieme $A \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ tale che

- per ogni $i, j \in A$ per cui $i \neq j$, le attività a_i e a_j siano *compatibili*, cioè $[s_i, f_i] \cap [s_j, f_j] = \emptyset$, e
- la somma $\sum_{i \in A} v_i$ risulti *massima*

e se ne valuti la complessità.

Suggerimento: Per semplificare la definizione ricorsiva della soluzione, può essere utile l'impiego della seguente funzione $p : \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{0, 1, \dots, n - 1\}$ definita da:

$$p(j) =_{Def} \begin{cases} \max\{i : 1 \leq i < j \text{ e } f_i \leq s_j\} & \text{se } \{i : 1 \leq i < j \text{ e } f_i \leq s_j\} \neq \emptyset \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

In altre parole, $p(j)$ è l'indice dell'attività più prossima che precede a_j , tra quelle compatibili con a_j .