

“ALGORITMI 2”
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA (n.o.)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2004/05

I appello sessione anticipata - 2 Febbraio 2006

Svolgere i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

I PARTE

ESERCIZIO 1

Sia S un sequenza finita di nodi e sia $label : S \rightarrow \mathbb{N}$ una data funzione definita sugli elementi della sequenza S . Si descriva un algoritmo che costruisca un albero binario ordinato **pieno** T tale che:

- la sequenza delle foglie di T , lette da sinistra a destra, coincide con S ;
- il valore della funzione φ calcolato sulla radice di T sia **minimo**, dove:

$$\varphi(x) = \begin{cases} label(x) & \text{se } x \text{ è una foglia} \\ \varphi(\ell)^2 + \varphi(r)^2 & \text{altrimenti, con } \ell \text{ ed } r \text{ figlio sinistro e figlio destro di } x, \text{ rispettivamente.} \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

- (a) Si enunci con precisione l'ipotesi di *hashing uniforme semplice*.
- (b) Qual è il numero medio di scansioni in una ricerca *con* successo e in una ricerca *senza* successo in una tabella hash con fattore di carico α , assumendo l'ipotesi di hashing uniforme?

ESERCIZIO 3

- (a) Si definisca in maniera precisa la struttura dati dei B -tree.
- (b) Sia T_k un B -tree in cui ciascun nodo contiene esattamente k chiavi ($k \geq 1$). Si determini per quanti e per quali valori di t (in funzione di k) l'albero T_k possa essere considerato un B -tree di grado minimo t .
- (c) Si generalizzi il risultato precedente al caso di un generico B -tree i cui ℓ nodi (con l'esclusione della radice) contengono un numero di chiavi rispettivamente pari a k_1, k_2, \dots, k_ℓ .

II PARTE

ESERCIZIO 4

Nel contesto della metodologia *greedy*, si enunci il problema di ottimizzazione relativo alla *selezione di attività* e se ne discuta una soluzione efficiente, valutandone la complessità computazionale e illustrandola sul seguente insieme $S = \{a_1, \dots, a_9\}$ di attività, caratterizzate dai seguenti tempi di inizio e di fine:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s_i	5	11	4	7	1	2	10	13	12
f_i	10	12	7	9	6	5	12	14	13

ESERCIZIO 5

Sia $G = (V, E)$ un grafo orientato con funzione peso $w : E \rightarrow \mathbf{R}^+$ e sorgente $s \in V$.

- (a) Si definisca il *grafo* G'_s *dei cammini minimi da s in G* nonché la nozione di *albero dei cammini minimi da s in G* (rispetto alla funzione peso w).
- (b) Si dimostri che un arco $(u, v) \in E$ è presente in G'_s se e solo se $\delta(s, u) + w(u, v) = \delta(s, v)$.
- (c) Siano $w_1 : E \rightarrow \mathbf{R}^+$ e $w_2 : E \rightarrow \mathbf{R}^+$ due funzioni peso su G e siano δ_1 e δ_2 le relative funzioni-distanza indotte. Si illustri un algoritmo efficiente per la costruzione di un albero dei cammini da s in G che risultino **simultaneamente** minimi rispetto a δ_1 e a δ_2 .