

Aritmetica Maya sull'abaco e con simulatori

Esercitazione 01 di Architettura degli elaboratori

Docenti: A-L: Giuseppe Scollo, M-Z: Christian Napoli

Università di Catania
Dipartimento di Matematica e Informatica
Corso di Laurea in Informatica, I livello, AA 2017-18

Indice

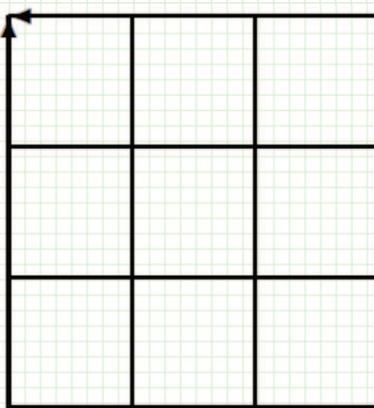
1. Aritmetica Maya, sull'abaco e con simulatori
2. argomenti dell'esercitazione
3. aritmetica Maya
4. operazioni aritmetiche additive sull'abaco Maya
5. conversione di base sull'abaco Maya
6. moltiplicazione sull'abaco Maya
7. divisione sull'abaco Maya
8. costruzione di un algoritmo per la radice quadrata sull'abaco Maya
9. riferimenti

in questa esercitazione si trattano:

- numeri e calcoli nella cultura Maya
- operazioni aritmetiche sull'abaco Maya
- conversione di base sull'abaco Maya
- funzioni, uso e limiti di alcuni simulatori per l'aritmetica con simboli Maya
- esecuzione manuale di algoritmi per l'aritmetica con simboli Maya
- invenzione di algoritmi per l'aritmetica con simboli Maya

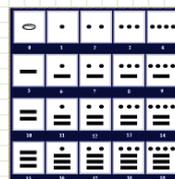
Aritmetica Maya

l'abaco Maya: algoritmi manipolativi di calcolo



abaco Maya

- rappresentazione vigesimale dei numeri (posizionale in base 20)
- forma additiva e ostensiva delle cifre



costituenti delle cifre Maya:

caracol: zero

frijolito o maisito: unità

palito: cinquina

- semplice conversione decimale
- moltiplicazione "senza tabellina" nonché divisione, radice quadrata, ...

H.M. Calderón, *La Ciencia Matemática de los Mayas*, Editorial Orion, México, D.F., 1966.

due semplici regole di equivalenza di gruppi di oggetti sull'abaco:

- 5 unità \leftrightarrow 1 cinquina (nella stessa posizione)
- 4 cinquine \leftrightarrow 1 unità in posizione adiacente più significativa

algoritmi manipolativi:

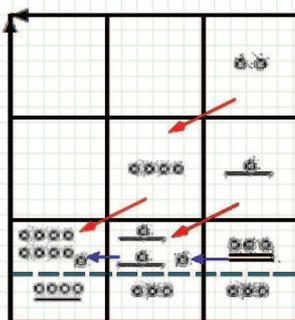
- addizione: mettere assieme gli oggetti di uguale significatività e applicare le regole di equivalenza per la riduzione in cifre
 - (+) funziona egualmente per la somma di più di due addendi!
 - (+) non prescrive ordine di esecuzione per significatività
→ parallelismo
- sottrazione: estrarre una copia del sottraendo dal minuendo, usando se serve le regole di equivalenza per formare la copia

regole e algoritmi del tutto simili per la rappresentazione decimale: basta rimpiazzare '4' con '2' nella seconda regola di equivalenza

v. per esempio il simulatore *OperAbacoMaya*

conversione fra base 20 e base 10:

- si può effettuare secondo un algoritmo generale di conversione di base, come illustrato nel simulatore *AbacoMaya*
- oppure si può usare l'algoritmo R, escogitato da Bruna Radelli:



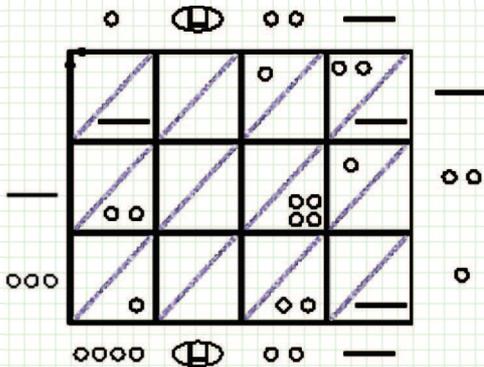
algoritmo R

- di tipo manipolativo sull'abaco, con le note regole di equivalenza
- spostamento di oggetti lungo le diagonali secondarie
- raddoppio/dimezzamento a ogni passo lungo tali diagonali
- applicazione delle regole della base di partenza o di quella di arrivo determinata dalla corrispondente direzione di adiacenza fra caselle (conviene scegliere quella della base di arrivo? Perché?)

moltiplicazione sull'abaco Maya

si può moltiplicare senza la tavola pitagorica, con gli operandi lungo due lati ben scelti dell'abaco, come nel modo "alla musulmana": e.g. 1025×521

moltiplicazione alla musulmana
con cifre Maya decimali



- significatività delle caselle triangolari costate lungo diagonali secondarie
 - semplici regole per costruire il prodotto di due cifre, sommando i prodotti delle coppie di oggetti
 - esecuzione parallela dei prodotti delle coppie di cifre ...
 - quindi delle somme parziali (lungo le diagonali secondarie) ...
 - e delle riduzioni in cifre del risultato finale
- v. per esempio il simulatore MultiplyMaya

divisione sull'abaco Maya

si può procedere per sottrazioni successive del divisore dal dividendo
tenendo conto della significatività delle cifre

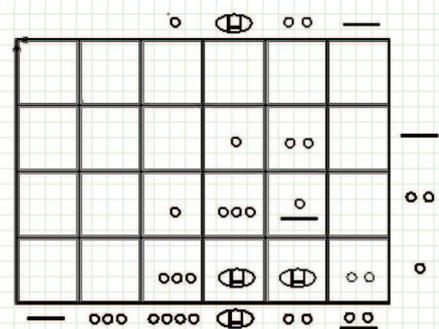
a ogni passo, nella colonna della cifra del quoziente da calcolare
(iniziando dalla più significativa):

- si colloca la porzione rilevante
 - del dividendo, nel passo iniziale
 - di ciò che ne resta dalle precedenti sottrazioni, nei passi successivi
- si sottrae il divisore dal numero posto in colonna, finché ciò che ne resta è minore del divisore
- il numero di sottrazioni effettuate è la cifra del quoziente nella posizione della colonna

si ottiene il resto della divisione nella colonna più a destra

ci si può esercitare sulle quattro operazioni con il simulatore Abaco Maya Decimale
oppure, su smartphone, con la app Abaco Maya Decimale Android

divisione con cifre Maya decimali



costruzione di un algoritmo per la radice quadrata sull'abaco Maya

supponiamo di non ricordare le regole per l'estrazione di radice quadrata imparata (molto tempo fa) a scuola...

proviamo a escogitare un algoritmo per questo calcolo sull'abaco Maya

ecco alcuni spunti:

- partire da una *definizione esatta* della funzione da calcolare: radice quadrata intera, cioè approssimata per difetto
troviamo l'approssimazione per difetto in una delle operazioni già viste, quale?
questa analogia suggerisce un altro spunto...
- anche in questo caso, procedere al calcolo per approssimazioni successive, a partire dalla cifra più significativa della radice
- per capire come procedere in ciascun passo del calcolo è sicuramente utile la formula del quadrato di un binomio:
$$(a + d)^2 = a^2 + 2ad + d^2$$
- pensiamo ad a come a un'approssimazione già calcolata della radice, non definitiva, e a d come a un incremento per migliorare l'approssimazione...
in pratica, due casi particolari sono molto utili per l'approssimazione della cifra successiva a quelle già calcolate: $d = 1$ e $d = 5$ (in una data posizione)

riferimenti

per consultazione e approfondimenti sull'aritmetica Maya:

A. D'Agata, B. Radelli, G. Scollo
Attualità e pratica dell'aritmetica Maya

in: *Informatica, Didattica e Disabilità*, Atti del V Convegno nazionale IDD'97
Bologna 5-8 novembre 1997. EGR.

L.F. Magaña, *The Ludic and Powerful Mayan Mathematics for Teaching*
Procedia - Social and Behavioral Sciences, vol. 106 (2013) pp. 2921-2930

L.F. Magaña, *La radice quadrata con l'aritmetica Maya*

in: *Calcolo matematico precolombiano*, Atti del Convegno IILA
Roma, 21 ottobre 2003. Bardi Editore.