

ISTITUTO ITALO-LATINO AMERICANO

CALCOLO
MATEMATICO PRECOLOMBIANO

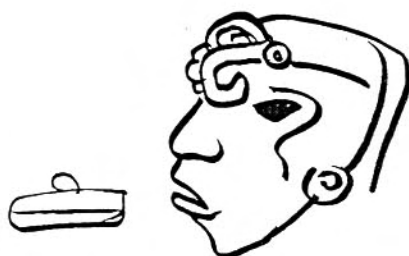
Atti del Convegno
tenutosi all'IILA il 21 ottobre 2003



BARDI EDITORE

LA RADICE QUADRATA CON L'ARITMETICA MAYA

LUIS FERNANDO MAGAÑA



LUIS FERNANDO MAGAÑA SOLIS, ricercatore titolare dell'Università Nazionale Autonoma del Messico, è stato (1998-2002) Direttore della Facoltà di Scienze di quell'Ateneo. E' autore di numerose pubblicazioni nel settore della fisica e della matematica. Il suo libro *Los superconductores*, edito dal Fondo de Cultura Económica del Messico, ha avuto quattro edizioni tra il 1988 ed il 2003. Membro della Accademia Mexicana de Ciencias, della American Physical Society e di altre istituzioni scientifiche, ha partecipato a numerosi congressi nazionali ed internazionali ed ha tenuto conferenze sulla matematica dei maya, tema sul quale ha scritto per la *Revista Ciencias* della Academia de Investigación Científica del Messico; ha pubblicato *Las matemáticas y los Mayas. La raíz cuadrada*. (México, 1998).

Gli antichi maya usavano un sistema numerico in base 20. Noi applicheremo la metodologia che questa civiltà molto probabilmente utilizzava per estrarre la radice quadrata, ma per semplificare l'operazione lo faremo in base 10. Ci serviremo anche dei simboli utilizzati dai maya per rappresentare i numeri, ovvero il punto, il trattino e la conchiglia vuota per lo zero. Le regole da applicare sono le seguenti:

a) Due trattini su un livello equivalgono a 1 punto sul livello immediatamente superiore (si ricordi che con base 20 quattro trattini equivalgono a 1 punto sul livello immediatamente superiore);

b) Un punto su un livello equivale a 2 trattini sul livello immediatamente inferiore;

c) Cinque punti su un livello equivalgono a 1 trattino sullo stesso livello;

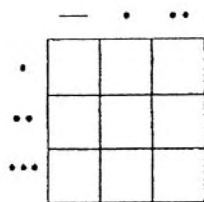
d) Un trattino su un livello equivale a 5 punti su quello stesso livello. Non illustreremo né l'addizione né la sottrazione, ma inizieremo con la moltiplicazione, per poi fare un esempio di divisione e passare infine alla radice quadrata.

Moltiplicazione

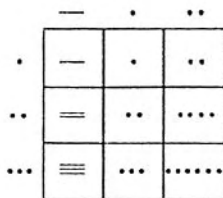
1. Facciamo la moltiplicazione di:

$$\begin{array}{r}
 \cdot \quad \text{---} \\
 \cdot\cdot \quad \times \quad \cdot \\
 \cdot\cdot\cdot \quad \cdot\cdot
 \end{array}$$

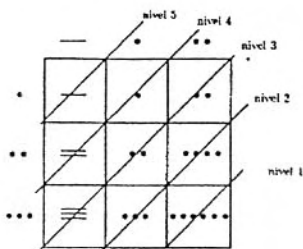
Collochiamo il primo numero in posizione verticale e disegniamo una griglia composta da tante righe quante sono le cifre da cui è composto il primo numero. Collochiamo il secondo numero in posizione orizzontale e disegniamo tante colonne quanti sono i livelli di questo.



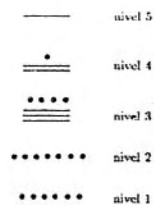
In ogni casella riportiamo il simbolo raffigurato nella parte superiore di quella colonna tante volte quanti sono i simboli raffigurati nella parte sinistra di quella riga:



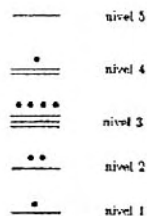
Adesso stabiliamo i livelli nel modo seguente:



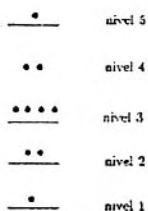
Seguendo il metodo già noto scriviamo ciò che troviamo ad ogni livello.



Applichiamo la regola n. 3, cioè ogni 5 punti sostituiamo questi con un trattino:



Adesso applichiamo la regola n. 1:



Il numero ottenuto è il risultato del prodotto.

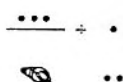
Per cui



Abbiamo che $123 \times 512 = 62976$.

Divisione

Facciamo la seguente divisione:



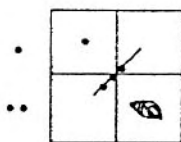
Dobbiamo trovare un numero che moltiplicato per



ci dia:

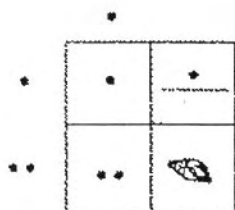


dato che il risultato della moltiplicazione lo vediamo nelle diagonali di una griglia, dobbiamo posizionare i numeri nel modo seguente:



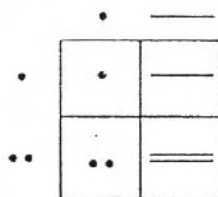
Sopra la prima colonna ci deve essere un punto perché nella prima casella è raffigurato un punto. Ricorda che in ogni casella ci deve essere il simbolo raf-

figurato sopra tante volte quanti sono i simboli riportati a sinistra. Adesso dobbiamo verificare che nella casella inferiore l'operazione sia giusta. Come puoi osservare, la cifra riportata nella diagonale può essere scomposta mettendo due punti nella casella in basso a sinistra e il resto in quella in alto a destra.



Dato che nella casella in alto a destra c'è un *, al di sopra di questa dovremmo mettere il *, ma ciò significa che nella casella in basso a destra ci dovrebbe essere un ** il che non è possibile perché c'è una

Per cui il punto della casella in alto a destra lo spostiamo nella casella in basso a destra trasformandolo in due trattini. Adesso cerchiamo di completare l'operazione. Dato che nella casella in alto a destra c'è un trattino, al di sopra di questa dobbiamo mettere un trattino. Adesso verificiamo che il contenuto della casella in basso a destra sia esatto.



Il risultato della divisione è il numero situato sopra la griglia. Cioè:

Abbiamo che $180 \div 12 = 15$.



Radice quadrata.

Troviamo la radice quadrata di:

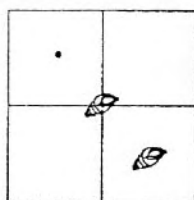


Inseriamo il

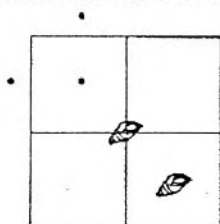





in una griglia di 2X2 e lo allineiamo su livelli in modo


che le unità

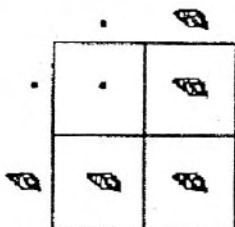


siano dentro una casella. Dato che nella casella del terzo livello c'è un punto, dobbiamo disegnare un punto sia al di sopra della prima casella sia alla sinistra.



Adesso possiamo mettere la  che è nel secondo livello con una  in ogni casella di questo livello, il che ci obbliga a mettere una  al di sopra e alla sinistra di tale livello.

Questo completa l'operazione dato che nel primo livello c'è una . Per cui:



Da cui risulta che la radice quadrata di

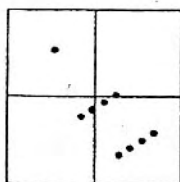


Ovvero, $\sqrt{100} = 10$.

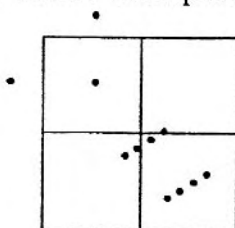
3. Troviamo la radice quadrata di



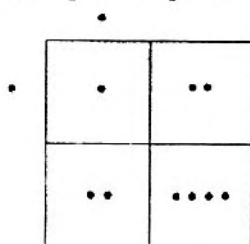
Mettiamo il numero 144 nella griglia di 2 x 2 disponendolo a livelli, in modo che le unità stiano all'interno di una casella.



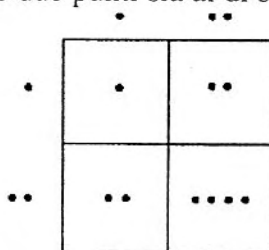
Nella casella del terzo livello c'è un punto, per cui dobbiamo mettere un punto sia al di sopra sia alla sinistra della prima casella.



Sul secondo livello abbiamo quattro punti che possiamo distribuire nel seguente modo:



il che ci obbliga a mettere due punti sia al di sopra sia alla sinistra di questo livello.

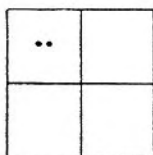


Adesso verifichiamo che la moltiplicazione sia completa.

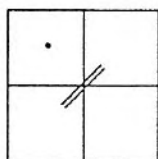
Per cui la radice di $\begin{matrix} \bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \end{matrix}$ è $\begin{matrix} \bullet \\ \bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet \end{matrix}$

Ossia, $\sqrt{144} = 12$

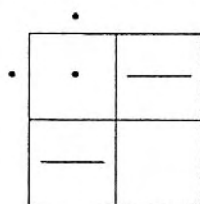
Troviamo la radice quadrata di **. Mettiamo il ** nella griglia di 2 x 2:



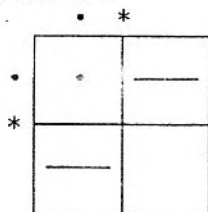
Sul livello delle unità abbiamo due punti e dato che non si possono ottenere due punti mettendo una qualche cifra al di sopra e alla sinistra della prima casella, li separiamo e ne lasciamo uno nella prima casella, mentre l'altro lo spostiamo al livello inferiore trasformandolo in due trattini.



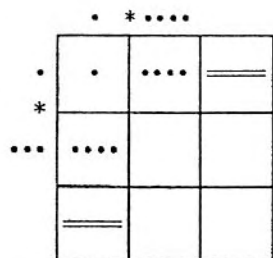
Sia al di sopra sia alla sinistra di questo livello mettiamo un punto, mentre i trattini del livello dei decimi li distribuiamo mettendone uno per ogni casella.



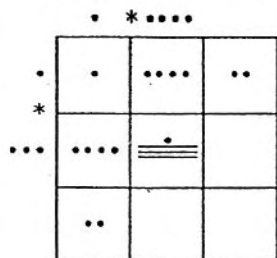
Mettiamo * al di sopra e alla sinistra:



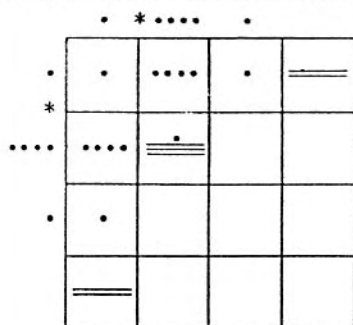
Per la cifra dei decimi, se mettiamo un trattino sopra e a sinistra sullo stesso livello non possiamo completare il quadro in basso. Proviamo con quattro punti, per cui mettiamo sul livello inferiore il punto rimanente trasformandolo in due trattini. L'operazione continua in modo simmetrico finché è possibile.



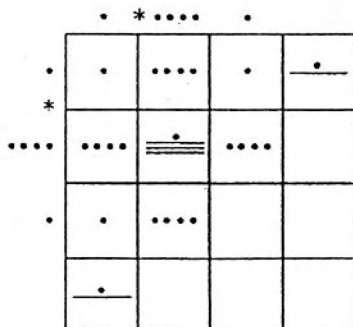
Affinché la prima cifra decimale sia 2 x 2, la dobbiamo distribuire nel seguente modo e completare il quadrato dei quattro trattini del livello dei centesimi.



Vediamo che nello spazio successivo non possiamo mettere due punti, per cui mettiamo un punto e dei due punti che avevamo nello spazio dei centesimi uno lo spostiamo sull'altro livello trasformandolo in due trattini.



Distribuiamo i quattro trattini del livello nel modo seguente:



Nella griglia di 3 x 3, nelle caselle che corrispondono al livello dei millesimi mettiamo quattro punti, i quali rimarranno fermi perché l'operazione è giusta sia per quanto riguarda la colonna che la riga in cui questi sono stati inseriti. Per completare il quadrato di 3 x 3 portiamo giù un punto dal livello dei millesimi trasformandolo in due trattini.

	•	*	••••	•	
•	•	••••	•	—	
*	••••	≡≡≡ •	••••	≡≡≡	
••••	•	••••			
•	—	≡≡≡			

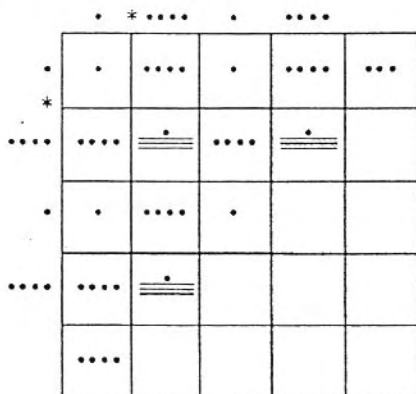
Dato che per completare la griglia di 3 x 3 abbiamo bisogno di un punto, distribuiamo i quattro trattini che abbiamo nel modo seguente:

	•	*	••••	•	
•	•	••••	•	—	
*	••••	≡≡≡ •	••••	••••	
••••	•	••••	•		
•	—	≡≡≡			

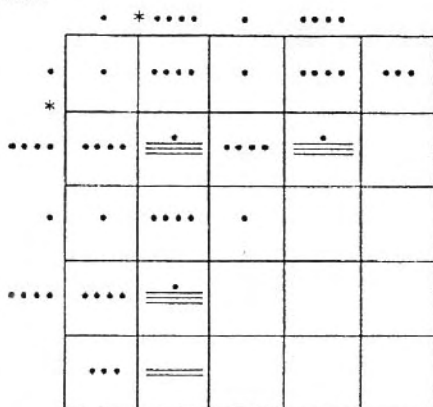
Vediamo che con questo passaggio è venuta meno la simmetria, ma abbiamo già due cifre decimali corrette. Per la cifra dei millesimi dobbiamo mettere quattro punti al di sopra e alla sinistra di questo livello, per cui scomponiamo i trattini che avevamo nel livello dei diecimillesimi, ce ne teniamo quattro e il quinto lo spostiamo sull'altro livello trasformandolo in due trattini.

	•	*	••••	•	••••	
•	•	••••	•	••••	≡≡≡	
*	••••	≡≡≡ •	••••	••••		
••••	•	••••	•			
•	••••	≡≡≡				
••••	≡≡≡					

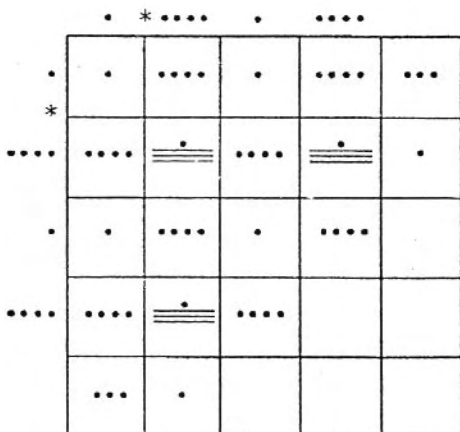
Distribuiamo i punti e i trattini, per cui completiamo due caselle della griglia di 4 x 4.



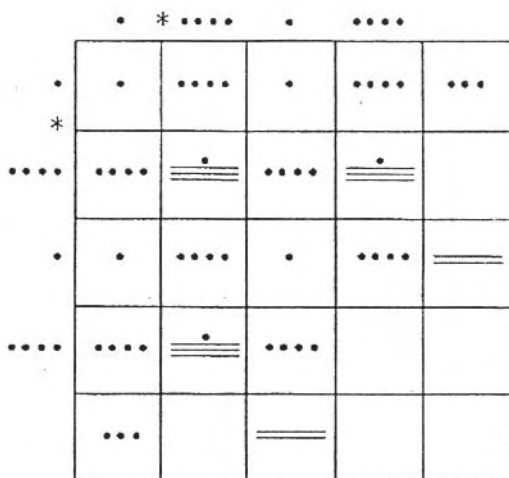
Trasformiamo in due trattini uno dei punti della casella inferiore e lo spostiamo sull'altro livello:



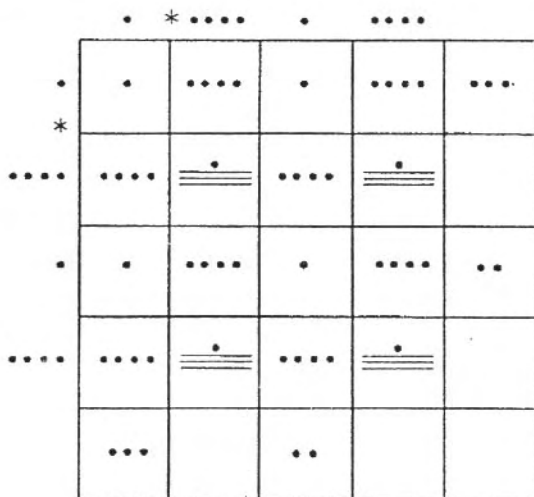
e distribuiamo i due trattini su quel livello nel modo seguente:



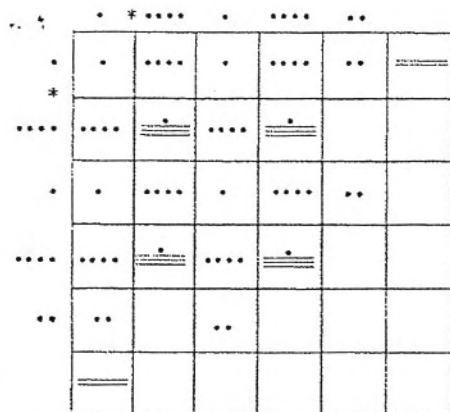
Vediamo che abbiamo recuperato la simmetria. Prendiamo il punto della seconda casella in basso e la spostiamo sull'altro livello trasformandolo in due trattini. Facciamo altrettanto con il punto della seconda casella dell'ultima colonna.



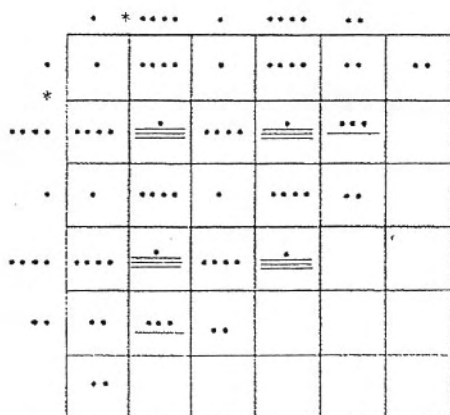
Distribuiamo i quattro trattini di questo livello nel modo seguente:



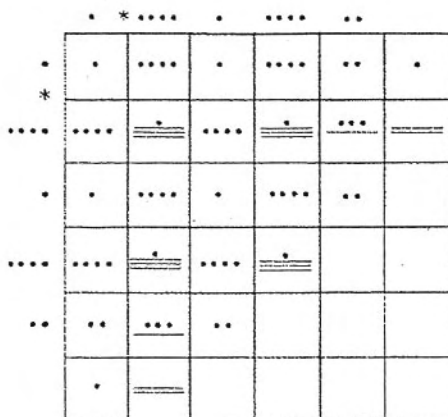
Vediamo che la griglia di 4 x 4 è completa. Prendiamo uno dei punti della casella in basso e lo spostiamo sull'altro livello trasformandolo in due trattini. Facciamo altrettanto con uno dei tre punti dell'ultima casella in alto:



Adesso distribuiamo questi quattro trattini nel seguente modo:



Prendiamo uno dei punti della casella in basso e lo spostiamo sull'altro livello trasformandolo in due trattini. Facciamo altrettanto con uno dei punti dell'ultima casella in alto:



Di questi due ultimi trattini un punto lo portiamo giù, sul livello successivo, trasformandolo in due trattini.

	*	****	*	****	**	
*	*	****	*	****	**	*
*	****	****	****	****	****	****
*	*	****	*	****	**	****
****	****	****	****	****		
**	**	****	**			
*	*	****	****			

Questi quattro trattini li distribuiamo nel seguente modo:

	*	****	*	****	**	
*	*	****	*	****	**	*
****	****	****	****	****	****	****
*	*	****	*	****	**	**
****	****	****	****	****	****	
**	**	****	**	****		
*	*	****	**			

Per completare la griglia di 5 x 5, spostiamo un punto sul livello successivo trasformandolo in due trattini.

	*	****	*	****	**	
*	*	****	*	****	**	*
****	****	****	****	****	****	****
*	*	****	*	****	**	*
****	****	****	****	****	****	****
**	**	****	**	****		
*	*	****	*	****		

Distribuiamo i quattro trattini nel modo seguente:

	•	*	•	••	•
•	•	•	••	•
*	<u>••••</u>	<u>••••</u>	<u>•••</u>	<u>••••</u>
•	•	•	••	•
••••	<u>••••</u>	<u>••••</u>	<u>•••</u>	<u>•••</u>
••	••	<u>•••</u>	••	<u>•••</u>	••••	
•	<u>••••</u>	•	<u>•••</u>			

Vediamo che la griglia di 5 x 5 è stata completata. Mettiamo un punto nella quinta cifra decimale:

	•	*	•	••	•
•	•	•	••	•
*	<u>••••</u>	<u>••••</u>	<u>•••</u>	<u>••••</u>
•	•	•	••	•
••••	<u>••••</u>	<u>••~••</u>	<u>•••</u>	<u>•••</u>
••	••	<u>•••</u>	••	<u>•••</u>	••••	
•	<u>••••</u>	•	<u>•••</u>			

Affinché nella seconda casella dell'ultima colonna e del livello inferiore l'operazione sia corretta, spostiamo un trattino sull'altro livello. Adesso possiamo vedere che le tre prime caselle sono giuste:

	•	*	•	••	•
•	•	•	••	•
*	<u>••~••</u>	<u>••~••</u>	<u>•••</u>	<u>••••</u>
•	•	•	••	•
••••	<u>••~••</u>	<u>••~••</u>	<u>•••</u>	<u>•••</u>
••	••	<u>•••</u>	••	<u>•••</u>	••••	
•	<u>••••</u>	•	<u>•••</u>			
<u>••••</u>						

Per completare la quarta casella spostiamo quattro punti nell'altra casella dello stesso livello.

	.	*	**	.	
.	**	.	—	
*	—							
....	≡	≡		
.	**	
....	≡	≡		
**	**	...	**			
.				
—							

Dei quattro punti che abbiamo spostato, uno lo portiamo sull'altro livello trasformandolo in due trattini e i quattro trattini li distribuiamo su quel livello in modo che la quinta casella venga completata.

	.	*	**	.	
.	**	.	—	
*	—							
....	≡	≡		
.	**	
....	≡	≡	**	
**	**	...	**	**	—	
.	**	.		
—						

Per completare l'ultima casella della griglia di 5 x 5, prendiamo un punto della quarta casella dell'ultima colonna, lo spostiamo sull'altro livello trasformandolo in due trattini e trasformiamo uno di questi trattini in cinque punti, uno dei quali lo spostiamo nella casella mancante della griglia di 5 x 5, per cui questa viene completata. Concludiamo l'operazione a questo punto. Abbiamo ottenuto cinque cifre decimali esatte, inoltre vediamo che il processo può essere ancora portato avanti.

	*	*	****	*	****	**	*
*	*	****	*	****	**	*	—
*	****	====	****	====	***	****	
*	*	****	*	****	**	*	***
****	****	====	****	====	***	****	**
**	**	***	**	***	****	**	***
*	*	****	*	****	**	*	
—		***	***				

Per cui la radice quadrata di * * è circa:

•
*
••••
•
••••
••
•

Ovvero, $\sqrt{2} = 1.41421$.

Ringraziamenti

Ringrazio il Dott. Víctor Maldonado per avermi invitato a partecipare a questo interessante e stimolante convegno sul calcolo precolombiano. A lui vanno i miei più vivi complimenti per l'iniziativa svoltasi presso l'Istituto Italo-Latino Americano di Roma, Italia.

Vorrei ringraziare inoltre le Dott.sse Elena de Oteyza ed Emma Lam, della Facoltà di Scienze della UNAM, per il sostegno che mi hanno dato durante l'elaborazione di questo testo.

Un sincero grazie va anche a Rossana Righetti, a Irene Figueredo Poggio, a Leda S. Memoria e a Gloria Alzate, dell'Istituto Italo-Latino Americano per il supporto da loro offertomi prima, durante e dopo questo incontro.

BIBLIOGRAFIA

1. - Calderón, H. M. 1966. "La Ciencia Matemática de los Mayas". Editorial Orión, México D. F. México.
2. - Magaña L. F. 1990. "Las Matemáticas y los Mayas". Rivista di scienze della Facoltà di Scienze della UNAM, Messico.