

## Compito del 21/2/1994

1. Sia data una norma di vettore in  $\mathbb{R}^n$ .

$$\|\cdot\| : x \rightarrow \|x\|$$

sia  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  una matrice non singolare. Mostrare che il funzionale di  $x$  definito da

$$\eta(x) = \|Ax\|$$

é una norma di vettore.

2. Si dimostri la seguente identità

$$\sum_{i=0}^n l_{n,i}(x) \frac{(x^2 + xx_i - 2x_i^2)}{x + 2x_i} = 0, \quad n > 0,$$

dove  $l_{n,i}$  indica l' $i$ -esimo polinomio fondamentale di Lagrange.

3. Determinare i punti fissi dell'equazione

$$x = g(x)$$

dove

$$g(x) = \frac{x(x^2 + 3A^2)}{3x^2 + A^2}, \quad A \in \mathbb{R}$$

e studiare nell'intorno di quale dei punti fissi lo schema iterativo

$$x^{n+1} = g(x^n)$$

é convergente. Lo schema iterativo converge superlinearmente a qualche punto fisso?

4. Approssimare il seguente integrale

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

utilizzando la formula dei trapezi composta in modo da commettere un errore minore di  $10^{-2}$ .