

Compito del 16/1/1994

1. Sia dato il sistema lineare

$$Ax = b$$

con

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 9 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Facendo uso del numero di condizionamento, stimare l'errore relativo sul risultato dovuto ad una variazione del dato

$$\Delta b = \begin{pmatrix} 0.01 \\ -0.01 \end{pmatrix}.$$

Calcolare la perturbazione nella soluzione e confrontarla con la stima.

2. Determinare un polinomio di terzo grado $p(x)$ tale che

$$p(0) = p(1) = 1, p'(0) = -p'(1) = 1$$

3. Si considerino le due equazioni equivalenti:

$$x = \tan x - \pi$$

$$z = \arctan z + \pi$$

Ad esse corrispondono i seguenti metodi iterativi:

$$x_{n+1} = \tan x_n - \pi \tag{1}$$

$$z_{n+1} = \arctan z_n + \pi \tag{2}$$

Studiare la convergenza dei due metodi e calcolarne l'ordine.

4. Determinare i pesi w_0, w_1, w_2 della formula di quadratura per l'approssimazione di $I(f) = \int_0^1 f(x) dx$, con nodi $x_0 = 1/8, x_1 = 1/2, x_2 = 7/8$, in modo che l'ordine polinomiale sia maggiore o uguale a due.