

Compito del 08/06/2009

1. Supponiamo di lavorare su un calcolatore che utilizza l'insieme dei numeri di macchina $F(10; 8; -5; 5)$ cioè base 10, mantissa con 8 cifre, ed esponente che può assumere valori da -5 a 5 , siano

$$\begin{aligned}a &:= 0.23371258 \times 10^{-4}, \\b &:= 0.33678429 \times 10^2, \\c &:= -0.33677811 \times 10^2.\end{aligned}$$

Confrontare il risultato delle operazioni

$$(a \oplus b) \oplus c,$$

$$a \oplus (b \oplus c),$$

effettuate in aritmetica di macchina con il risultato esatto

$$a + b + c = 0.641371258 \times 10^{-3}.$$

Commentare e giustificare i risultati ottenuti.

2. Sia data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix},$$

e $b = (0, 3, 2)^T$.

- (a) Stabilire se è possibile affattuare la fattorizzazione $A = LU$ della matrice, e in caso affermativo fattorizzarla con il metodo di Gauss;
- (b) Calcolare $\det(A)$;
- (c) calcolare $\|A\|_1, \|A\|_\infty$;
- (d) calcolare la soluzione del sistema $Ax = b$ sfruttando la fattorizzazione trovata. Verificare che il risultato ottenuto è la corretta soluzione del sistema lineare.
3. Sia data una $f \in C_1(\mathbb{R})$, con $0 < f'(x) < 2 \forall x \in \mathbb{R}$, avente almeno uno zero reale. Dimostrare che il seguente metodo iterativo

$$x_{k+1} = x_k - \arctg(f(x_k))$$

converge all'unico zero della funzione f qualunque sia $x_0 \in \mathbb{R}$.