

Compito del 23/7/2007

1. Calcolare la soluzione del seguente sistema lineare con il metodo di Gauss *naive*, determinare le matrici L ed U della fattorizzazione $A = LU$ dove A è la matrice dei coefficienti del sistema:

$$\begin{array}{rccccrcr} 6x & + & 10y & + & 4z & = & 2 \\ 5x & + & 9y & + & 6z & = & 11 \\ 17x & + & 26y & + & 21z & = & 49 \end{array}$$

2. Sia

$$g(x) = \frac{x(x^2 + 3c)}{3x^2 + c}$$

con $c > 0$. Determinare i punti fissi di $g(x)$ e discutere la convergenza della successione definita da $x_{k+1} = g(x_k)$ con $k = 0, 1, \dots$. Stimare l'ordine di convergenza.

3. Data la formula di quadratura

$$I_2(f) = \alpha_1 f(0) + \alpha_2 f(1) + \alpha_3 f'(0)$$

per il calcolo dell'integrale

$$\int_0^1 f(x) dx$$

con $f \in C^1([0, 1])$, determinare $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ tale che $I_2(f)$ abbia ordine polinomiale uguale a 2.