

Compito del 23/2/2009

1. Sia dato il sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} 101/100 & 1 \\ 1001 & 1000 \end{pmatrix}$$

e $b = [2, 2001]^T$. La soluzione esatta di tale sistema é data da: $x_1 = -1/9$, $x_2 = 1901/900$. Applicare il metodo di Gauss *naive* e con *pivoting*, giustificando i risultati.

2. Determinare con un errore minore di 10^{-3} il punto di intersezione tra le curve $y = x$ e $y = \exp(x)$, $x \in [0, 1]$, dopo aver rappresentato graficamente l'intersezione fra le curve. [Suggerimento: ricondurre il problema alla determinazione di uno zero di funzione ed applicare il metodo di Newton]
3. Determinare la formula di quadratura che approssima l'integrale

$$I(f) = \int_0^{3h} f(x) dx,$$

utilizzando il polinomio $p_2(x)$, costruito mediante l'algoritmo delle differenze divise di Newton, che interpola la funzione $f(x)$ nei nodi $x_0 = 0$, $x_1 = h$ e $x_2 = 2h$. Stabilire inoltre l'ordine polinomiale della formula di quadratura ottenuta.