

Compito del 22/7/2011

1. Sia $\mathbb{F}(B, s, L, U)$ l'insieme dei numeri di macchina in base B con s cifre, ed esponente compreso fra L ed U . Assegnati i numeri reali

$$\begin{aligned}a &= 10.053 \cdot 10^2, \\b &= 0.0333 \cdot 10^{-4}, \\c &= 280000 \cdot 10^{-3}, \\d &= 0.0990 \cdot 10^5\end{aligned}$$

- a) Quali di questi numeri reali sono numeri macchina in $\mathbb{F}(10, 4, -4, 4)$?
b) Se non lo sono, quali sono approssimabili con numeri di macchina in $\mathbb{F}(10, 4, -4, 4)$ (arrotondamento)? [6 punti]

2. Dato il sistema lineare

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 0 \\2x + 4y + 3z &= 1, \\3x + 2y - z &= 2,\end{aligned}$$

utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss con pivoting scalato per righe risolvere tale sistema. Verificare la correttezza del risultato ottenuto. [10 punti]

3. Dato il metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k)$ con $g(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x}$, determinare eventuali punti fissi della funzione di iterazione g , stabilire se è convergente partendo da $x_0 > 0$, e in caso affermativo determinare l'ordine. [6 punti]
4. Assegnati i nodi $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, e la funzione $f(x) = x^2 + \sin(\frac{\pi}{2}x)$,
a) determinare il polinomio $p(x)$ che interpola la funzione $f(x)$ nei nodi dati.
b) Approssimare $\int_{-1}^1 f(x)dx$ con $\int_{-1}^1 p(x)dx$, e successivamente con le formule composte dei trapezi e Simpson con $N = 2$. Confrontare i risultati ottenuti con quello esatto. [8 punti]