

## Compito del 21/06/2010

1. Assegnato il sistema lineare

$$\begin{aligned}3x + y &= 1, \\x + y/3 &= 1, \\x + y &= 0\end{aligned}$$

determinare una soluzione approssimata  $(x_0, y_0)$  nel senso dei minimi quadrati per tale sistema.

2. Dire sotto quali ipotesi sui nodi  $x_0, x_1, x_2 \in [0, 1]$  esiste ed è unico il polinomio  $P(x)$  che verifica le seguenti condizioni,

$$\begin{aligned}P(x_0) &= f(x_0), \\P'(x_1) &= f'(x_1), \\P'(x_2) &= f'(x_2),\end{aligned}$$

con  $f \in C^\infty([0, 1])$ .

3. Data la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ \alpha & 2 & 8 \end{pmatrix},$$

- a) dire per quale valore di  $\alpha$  tale matrice è fattorizzabile secondo Cholesky,  
b) costruire la fattorizzazione di Cholesky.

4. Approssimare il valore dell'integrale

$$I(f) = \int_0^1 x^2 dx$$

mediante la formula dei trapezi composta  $I_{T,n}$  con  $n = 4$  nodi. Sapendo che per l'errore di quadratura vale la maggiorazione

$$|I(f) - I_{T,n}(f)| \leq Ch^2$$

valutare la costante  $C$ .

5. Sia  $f(x) = x^2$ . Provare che il metodo di Newton applicato all'equazione  $f(x) = 0$  ha ordine di convergenza 1.